

„Technische Aufgabe“:

Konstruktion eines *Taktmechanismus* zu einer vorgegebenen Taktzeit T .

Ansatz: Modellierung mit einem Pendel.

Aufgabe:

Bestimmung der erforderlichen *Anfangsauslenkung* zu einer vorgegebenen Schwingungsdauer T .

Die Dynamik des Pendels:

$$\phi''(t) = -c \sin(\phi(t)), \quad c := \frac{g}{\ell},$$

mit Anfangsbedingungen

$$\phi(0) = x, \quad \phi'(0) = 0.$$

Parameter g, ℓ, x : Fallbeschleunigung, Pendellänge ($\ell = 0.6$ m), Anfangsauslenkung x .

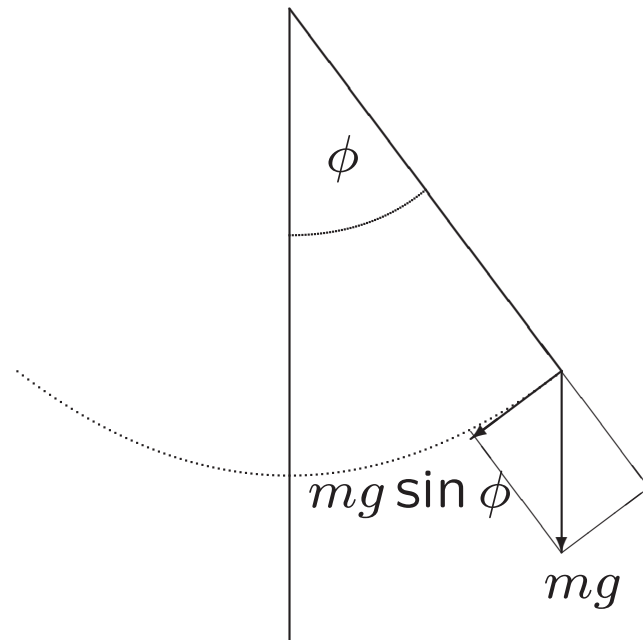
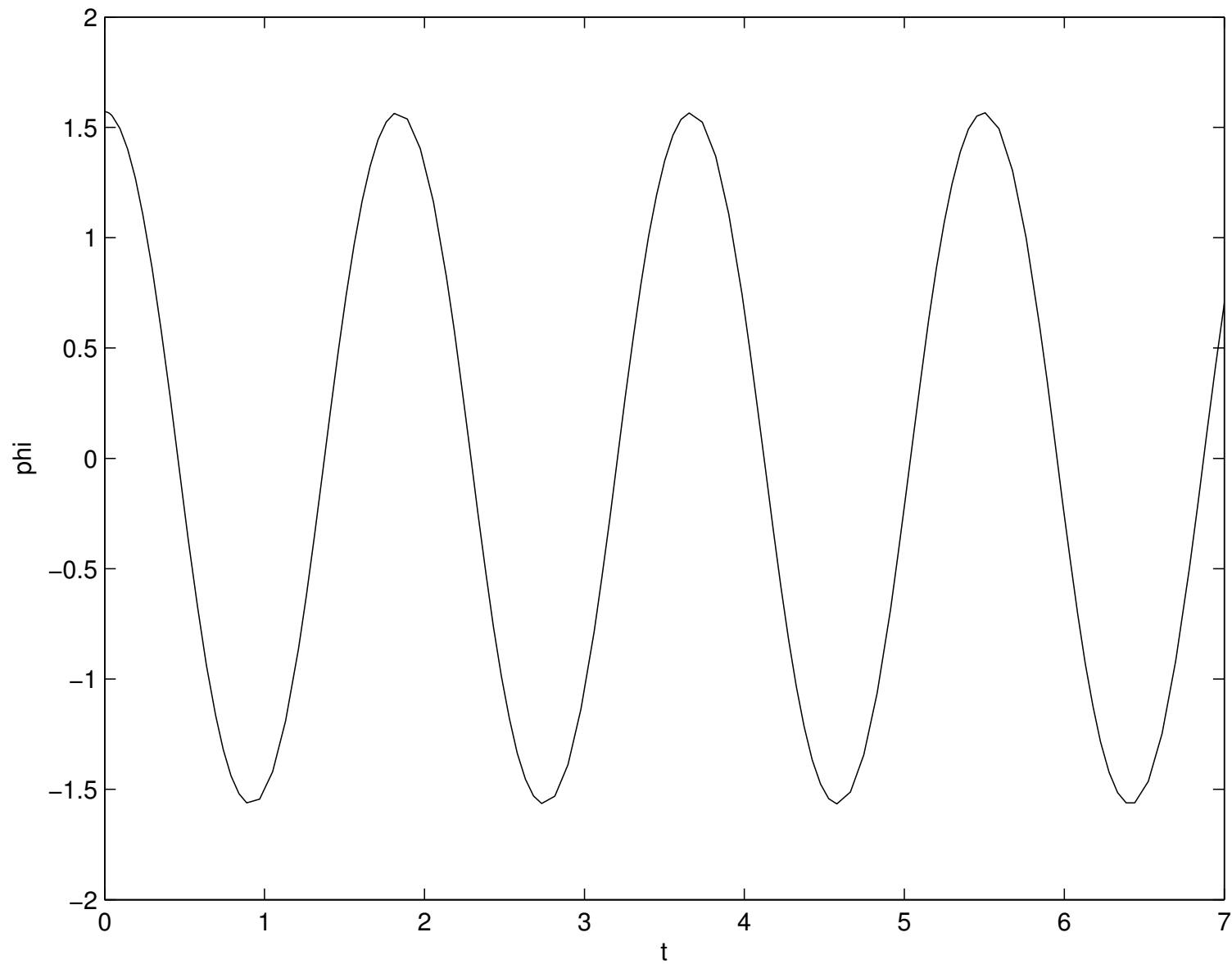


Abbildung 1.3.: Bewegung für $x = \frac{\pi}{2}$.



Aufgabe: bestimme $x = x^* \in (0, \frac{\pi}{2})$, wofür $T(x^*) = 1.8$ gilt.
Das Pendel steht zum Zeitpunkt $T/4$ gerade senkrecht:

$$\phi(T/4, x^*) = 0.$$

Sei

$$f(x) := \phi(T/4, x) = \phi(0.45, x).$$

Problem der Takterkonstruktion: bestimme die Nullstelle $x^* \in (0, \frac{\pi}{2})$
dieser (nur implizit gegebenen) Funktion f :

$$f(x^*) = 0.$$

Dies nennt man ein *Nullstellenproblem*.

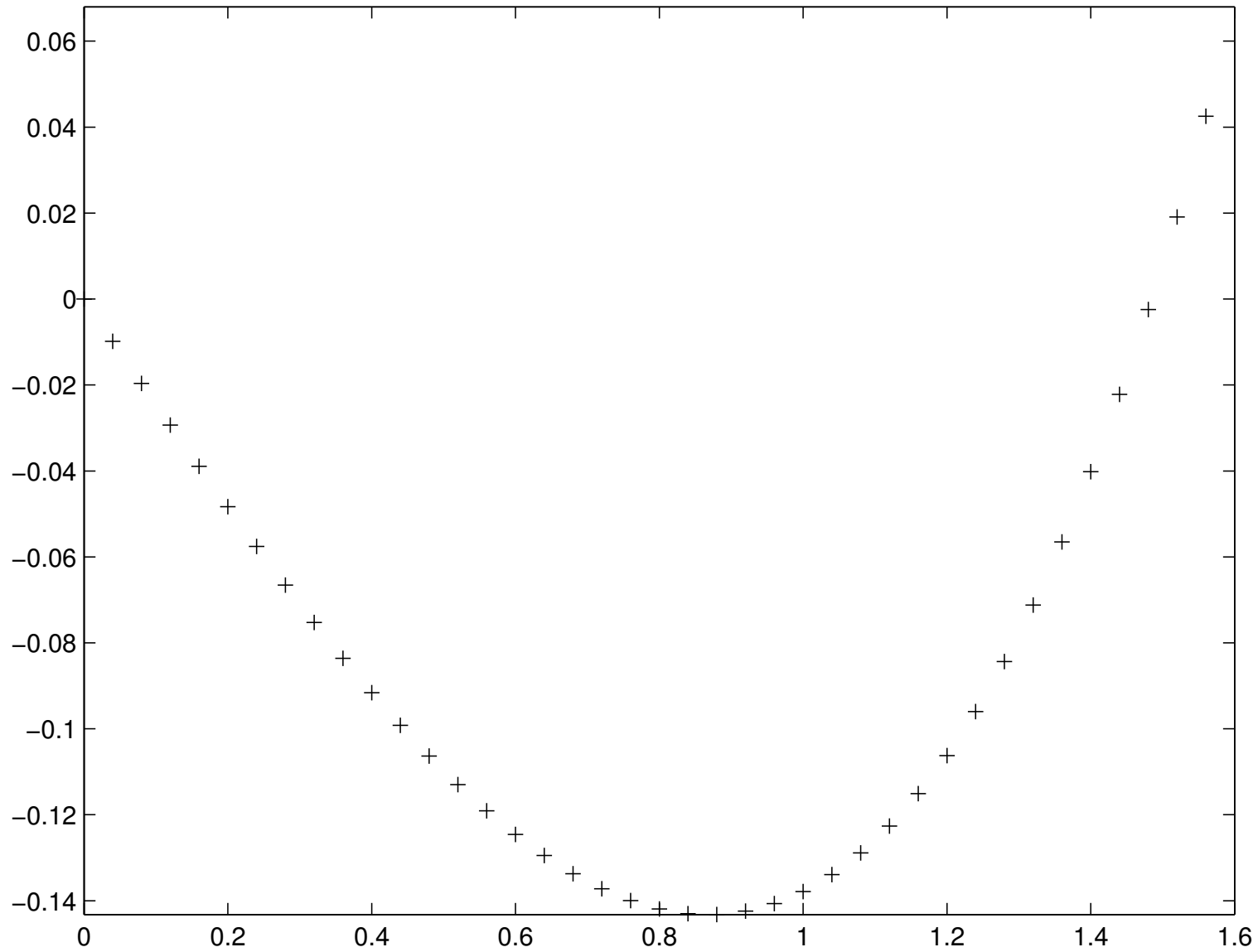
Auswertung von f : Lösung einer Anfangswertaufgabe

→ **Diskretisierungsfehler.**

Implementierung eines Lösungsverfahrens → **Rundungsfehler.**

Weitere Fehler: **Modellfehler, Datenfehler.**

Abbildung 1.4.: Werte $\tilde{\phi}(0.45, x) \approx f(x)$



Ziele der Vorlesung

Für unterschiedliche Problemstellungen (Lösen eines linearen Gleichungssystems, Berechnung eines Integrals, Lösen einer Differentialgleichung) werden folgende Themen behandelt:

- **Kondition** (= Empfindlichkeit für Störungen) eines Problems.
- Wichtige numerische **Lösungsverfahren**.
- **Stabilität** (= Empfindlichkeit für Störungen) der Lösungsverfahren.
- **Effizienz** (= Anzahl der Rechenoperationen, Speicherbedarf) der Lösungsverfahren, d.h., der numerische Aufwand, der nötig ist, um eine gewünschte „Lösungsqualität“, sprich **Genauigkeit** zu erzielen.