Forschungsbericht

Teilprojekt: B5
Titel: Berechnung hypersonischer Staupunktströmungen bei hohen Temperaturen unter Berücksichtigung chemischer Reaktionen
Projektleiter: Univ.-Prof. Dr. sc. math. R. Jeltsch
Mitarbeiter: Dipl. Math. S. Müller

1. Übersicht

Das Teilprojekt B5 beschäftigt sich mit der numerischen Simulation von hypersonischen Staupunktströmungen um Nasen von Raumfahrzeugen. Es werden Anströmmachzahlen bis 8 und eine Flughöhe bis 35 km betrachtet. Dazu sind die instationären zweidimensionalen Navier-Stokes-Gleichungen für ein ideales 5-Komponenten Gasgemisch diskretisiert worden. Wegen der zu erwartenden hohen Temperatur ($\approx 3500 - 4000K$) wird das Gasgemisch als kalorisch nicht perfekt vorausgesetzt und chemisches Nichtgleichgewicht sowie thermisches Gleichgewicht angenommen. Grundlage des Programms bildet ein explizites Shock-Capturing-Verfahren. Dieses basiert auf einem 1D-ENO-Verfahren, das mittels der Dimensionssplittingtechnik auf zwei Raumdimensionen erweitert wurde. Testrechnungen wurden an der Nase der Konfiguration ELAC-1 durchgeführt. Zur Generierung von Startgittern ist ein hyperbolischer Gitteralgorithmus entwickelt worden. Um den Frontstoß besser erfassen zu können, wurde zudem ein adaptives Gitterverfahren implementiert.

2. Forschungsarbeiten

2.1 Aufgabenstellung

Die hypersonische Staupunktberechnung bildet einen wesentlichen Bestandteil zur Auslegung der Nase eines Raumfahrzeugs. Von besonderem Interesse sind Temperatur- und Druckverteilung an der Wand. Die maximalen Werte treten dort im Staupunkt auf. Im Falle einer reibungsfreien stationären Strömung können diese für kalorisch perfekte Luft explizit berechnet werden (vgl. [A]). Für eine Anströmmachzahl von $Ma_\infty = 8$ und einer Flughöhe von 35 km berechnet sich eine Staupunkttemperatur von bis zu $4000K$. Bei so hohen Temperaturen kann aber das Gasgemisch nicht mehr als kalorisch perfekt angenommen werden. Da zudem ab etwa $2000K$ die O_2-Dissoziation einsetzt, müssen zusätzlich auch chemische Reaktionen berücksichtigt werden. Reibung, Wärmeleitung und Diffusion führen zusätzlich zu einer Erhöhung der Wandtemperatur. In diesem Fall kann die Staupunkttemperatur nicht mehr explizit berechnet werden. Experimentelle Messungen sind im Staupunkt nur sehr unpräzise durchführbar. Hier soll nun mittels numerischer Methoden das Strömungsfeld um die Nase eines Raumfahrzeuges simuliert werden, um so quantitative Aussagen über die Vorgänge an der Wand machen zu können. Dazu sollen die 2D-Navier-Stokes-Gleichungen mit Quellterm, der die chemische Produktionsrate beschreibt, implementiert werden. Diese sollen mittels eines expliziten Lösers von hoher Ordnung diskretisiert werden. Dabei ist auf eine gute Vektorisierbarkeit zu achten, um eine schnelle Berechnung auf modernen Großrechenanlagen (z. B. IBM 3090, Cray Y-MP, etc.) zu gewährleisten. Es soll ferner sichergestellt werden, daß physikalisch positive Größen auch als solche wiedergegeben werden. Außerdem soll der Einfluß der chemischen Produktion auf die Strömung untersucht werden. Ein weiterer Schwerpunkt bildet die Frage, ob das physikalische Modell erweitert werden muß, um genauere Resultate zu liefern, oder ob aus Effizienzgründen ein vereinfachtes Modell ohne wesentlichen Genauigkeitsverlust verwendet werden kann.

2.2 Angewandte Methoden

Betrachtet werden die instationären zweidimensionalen Navier-Stokes-Gleichungen für ein ideales kalorisch nicht perfektes Gasgemisch bestehend aus den fünf Komponenten O, O_2, N, N_2 und NO. Diese werden um einen Quellterm, der die chemische Produktionsrate beschreibt, auf der rechten Seite erweitert. Außerdem wird angenommen, daß die Rotations- und Vibrationszustände voll angeregt sind, also thermisches Gleichgewicht. Die Gleichungen lassen sich somit wie folgt darstellen:

$$\mathbf{u}_t + \operatorname{div}(\mathbf{F}_I(\mathbf{u}), \mathbf{G}_I(\mathbf{u})) - \operatorname{div}(\mathbf{F}_V(\mathbf{u}), \mathbf{G}_V(\mathbf{u})) = \mathbf{S}(\mathbf{u}) \tag{1}$$

mit

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} \rho_1 \\ \vdots \\ \rho_5 \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho E \end{pmatrix}, \quad \mathbf{S}(\mathbf{u}) = \begin{pmatrix} s_1(\mathbf{u}) \\ \vdots \\ s_5(\mathbf{u}) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F}_I(\mathbf{u}) = \begin{pmatrix} \rho_1 u \\ \vdots \\ \rho_5 u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ \rho uH \end{pmatrix}, \quad \mathbf{G}_I(\mathbf{u}) = \begin{pmatrix} \rho_1 v \\ \vdots \\ \rho_5 v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ \rho vH \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{F}_v(\mathbf{u}) = \begin{pmatrix} -q^d_{1,1} \\ \vdots \\ -q^d_{5,1} \\ \tau_{1,1} \\ \tau_{2,1} \\ \tau_{1,1}u + \tau_{1,2}v - q_1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{G}_v(\mathbf{u}) = \begin{pmatrix} -q^d_{1,2} \\ \vdots \\ -q^d_{5,2} \\ \tau_{1,2} \\ \tau_{2,2} \\ \tau_{2,1}u + \tau_{2,2}v - q_2 \end{pmatrix}.$$

Hierbei wird folgende Notation verwendet:

ρ_i	Partialdichte der i-ten Spezie,
ρ	Gesamtdichte,
(u, v)	Geschwindigkeitsvektor,
E	totale Energie pro Masse,
H	totale Enthalpie,
p	Druck,
τ	Spannungstensor,
$\mathbf{q}_i^d$	Diffusionsfluß der i-ten Spezie,
$\mathbf{q}$	Wärmefluß,
s_i	chemische Produktionsrate der i-ten Spezie.

Zur Bestimmung der inneren Energie der einzelnen Spezien in Abhängigkeit von der Temperatur wird das Modell von Hansen (s. [H]) verwendet. Da die Auswertung aber sehr teuer ist, werden diese durch einen Hermite-Spline über den Temperaturbereich mit einer Schrittweite von $100K$ tabelliert. Der dadurch entstehende Fehler beträgt etwa 1%. Da das Modell von Hansen selbst nicht exakt die Natur wiedergibt, ist dieser Fehler nocht vertretbar.

Die Transport- und Diffusionskoeffizienten werden gemäß dem Modell von Aupoix und Consteix (vgl. [AC]) berechnet. Dabei handelt es sich um ein stark vereinfachtes Modell, in dem die thermische Diffusion vernachlässigt wird. Die Speziendiffusion bestimmt sich gemäß dem Fick'schen Gesetz als

$$\mathbf{q}_i^d = -\rho D \nabla \frac{\rho_i}{\rho},$$

das nur für ein binäres Gasgemisch exakt gilt. Die hier benötigte Diffusionskonstante D ergibt sich aus der als konstant vorausgesetzten Lewiszahl

$$Le = \frac{\rho D c_p}{\lambda}.$$

Der Wärmeleitkoeffizient λ kann aus einer ebenfalls als Konstante angenommenen Prandtlzahl

$$Pr = \frac{\mu c_p}{\lambda}$$

berechnet werden.

Es muß nun nur der Viskositätskoeffizient μ explizit vorgegeben werden. Abweichend von [AC] wird hier das Sutherland-Gesetz verwendet (vgl. [A]).

Die chemischen Produktionsraten bestimmen sich gemäß dem Modell von Park. Dieses berücksichtigt die 17 wichtigsten Reaktionen für das hier verwendete 5-Komponenten-Gemisch. Die dazu benötigten experimentellen Daten sind aus [P] entnommen.

Zur Diskretisierung von (1) wird ein explizites Shock-Capturing-Verfahren verwendet. Dazu wird in jedem Zeitschritt ein Operatorsplitting durchgeführt, d. h. die Chemie wird von den homogenen Navier-Stokes-Gleichungen getrennt:

$$(2) \qquad \begin{aligned} a) &\quad \mathbf{u}_t = \mathbf{S}(\mathbf{u}), \\ b) &\quad \mathbf{u}_t + \operatorname{div}(\mathbf{F}_I(\mathbf{u}), \mathbf{G}_I(\mathbf{u})) - \operatorname{div}(\mathbf{F}_V(\mathbf{u}), \mathbf{G}_V(\mathbf{u})) = \mathbf{0}. \end{aligned}$$

Bei (2a) handel es sich um ein System von gewöhnlichen Differentialgleichungen, das aufgrund der Atomerhaltung reduziert werden kann (vgl. [FJK]). Dieses wird durch einen expliziten Eulerschritt approximiert.

Die homogenen Navier-Stokes-Gleichungen werden mittels der Finiten-Volumen-Technik diskretisiert, d. h. (2b) wird über ein Raum-Zeit-Kontinuum integriert und die räumliche Integration mittels dem Gauß'schen Gesetz auf die Integration entlang dem Rand überführt. Man erhält so die Änderung der Mittelwerte der Erhaltungsgrößen vom alten zum Zeitniveau als Differenz dessen, was in dieser Zeit über den Volumenrand fließt.

Das Strömungsgebiet wird durch ein körperangepaßtes orthogonales Gitter diskretisiert, das sich aus regelmäßigen Vierecken zusammensetzt (vgl. Abb. 9). Die Integration wird über jede einzelne Gitterzelle durchgeführt. Die Randintegrale setzen sich dabei aus den vier Seiten der Gitterzelle zusammen. Hier wird nun die Dimensionssplittingtechnik verwendet, d. h. es wird angenommen, daß die Erhaltungsgrößen $\mathbf{u}$ entlang jedem Teilstück im betrachteten Zeitintervall konstant sind. Der Fluß ist somit ebenfalls entlang jeder Zellenwand konstant. Dieser braucht also nur noch in den Zellrandmittelpunkten ausgewertet zu werden. Dazu wird ein 1D-ENO-Verfahren verwendet (vgl. [HEOC]), das auf jede der beiden Richtungen gleichzeitig angewendet wird. Die wesentlichen Ideen sollen für den eindimensionalen Fall im folgenden aufgeführt werden. Grundlage bildet eine eindimensionale skalare Rekonstruktionstechnik. Darunter versteht man eine Methode, die aus an diskreten Stellen gegebenen Mittelwerten einer skalaren Funktion eben diese Funktion kontinuierlich approximiert. Die Mittelwerte entsprechen dabei gerade den approximativen Werten der Erhaltungsgrößen. Es muß gewährleistet sein, daß die Mittelwerte der Rekonstruktion an den diskreten Stellen identisch zu den gegebenen Mittelwerten ist. Diese Forderung entspricht dem Erhaltungsprinzip, das für die kontinuierlichen Erhaltungsgrößen gilt. In der Literatur finden sich zwei unterschiedliche Ansätze (vgl. [HEOC]), die am Beispiel der 1D-Euler-Gleichungen für kalorisch perfektes Gas untersucht wurden (s. [M]). Aufgrund dieser Untersuchung fiel die Wahl auf die sogenannte RP-Rekonstruktion (vgl. [HEOC]). Diese skalare 1D-Rekonstruktionstechnik beruht auf der Interpolation der Stammfunktion, von der die Funktionswerte wegen der gegebenen diskreten Mittelwerte an den Stützstellen bekannt sind. Letztere werden dabei so gewählt, daß die Ableitungen (dividierte Differenzen) betragsmäßig möglichst klein sind. (vgl. [HEOC]). Durch Ableiten des Interpolationspolynoms erhält man dann die gewünschte kontinuierliche Approximation der zu rekonstruierenden Funktion. Die Erweiterung auf Systeme erfolgt komponentenweise. Diese Technik wird nun auf jedes einzelne Diskretisierungsintervall angewendet. Man erhält somit eine Rekonstruktion der Erhaltungsgröße über den ganzen Dikretisierungsbereich, die sich aus den einzelnen lokalen Rekonstruktionspolynomen zusammensetzt. Diese ist aber in den Intervallgrenzen nicht notwendig stetig. Man erhält in diesen Punkten also zwei Werte für die Erhaltungsgröße. Um den Fluß dort zu bestimmen, muß also eine Auswahl nach physikalischen Gesichtspunkten erfolgen. Dazu wird ein sogenanntes Riemannproblem gelöst.

Um dieses eindimensionale Verfahren auf zwei Raumdimensionen anwenden zu können, verbindet man nun die Zellrandmittelpunkte zweier gegenüberliegender Seiten einer Zelle. Man erhält somit in jeder Richtung eine Schar von eindimensionalen Kurven. Auf jede einzelne wendet man nun das 1D-ENO-Verfahren an. Somit muß in jedem Zellrandmittelpunkt ein Riemannproblem gelöst werden, um den Fluß normal zur Zellwand zu berechnen. Da sich der Fluß in (2b) aus einem Eulerterm und einem viskosen

Anteil zusammensetzt, wird hier die Lösung des Riemannproblems für die Eulergleichungen berechnet und zur Berechnung des reibungsfreien Flusses verwendet. Um den viskosen Fluß auszuwerten, werden die benötigten Geschwindigkeitsableitungen durch zentrale Differenzen diskretisiert und die Erhaltungsgrößen aus den angrenzenden Zellen gemittelt.

Die Hauptarbeit liegt bei obigem Verfahren zum einen in der Konstruktion und Auswertung der Rekonstruktionspolynome und zum anderen in der Lösung der Riemannprobleme. Um den Aufwand zu reduzieren wird angenommen, daß die Massenbrüche $\frac{\rho_i}{\rho}$ in jeder Zelle konstant sind, d. h. lokal eingefrorenes Gas. Dann braucht nur die Gesamtdichte ρ rekonstruiert zu werden, die Partialdichten ergeben sich daraus durch Multiplikation mit den Massenbrüchen der entsprechenden Zelle.

Bei der Lösung des 1D-Riemannproblems für die Eulergleichungen zu den Erhaltungsgrößen $(\rho_1, \ldots, \rho_5, \rho u, \rho v, \rho E)$ geht man ähnlich vor. Man kann zeigen, daß die Massenbrüche $\frac{\rho_i}{\rho}$ und die Tangentialgeschwindigkeit (o. B. d. A. v) zur Zellwand nur über die Kontaktunstetigkeit springen können, aber über einen Stoß oder eine Verdünnungswelle konstant bleiben. Das Riemannproblem braucht also nur noch für die Eulergleichungen zu $(\rho, u, \rho E)$ gelöst werden. Die fehlenden Größen ρ_i und v im Zellrandmittelpunkt ergeben sich dann aus der Position der Kontaktunstetigkeit und ρ. Zur Lösung des reduzierten Problems wird der iterative Löser von Colella und Glaz verwendet (vgl. [CG]).

Somit ist der 2D-Algorithmus im wesentlichen beschrieben. Benötigt werden noch die Randbedingungen an der Körperwand. Katalytische Effekte an der Wand werden hier vernachlässigt, d. h. die Massenbrüche $\frac{\rho_i}{\rho}$ können vom anliegenden Strömungsfeld übernommen werden. Zudem kann die Wand wahlweise als adiabat oder nicht adiabat gewählt werden. Im ersten Fall wird der Wanddruck über die Impulsgleichungen der parabolisierten Navier-Stokes-Gleichungen berechnet werden (vgl. [PT]), im zweiten wird die Wandtemperatur konstant vorgegeben.

Einen wesentlichen Einfluß auf die Qualität der Strömungssimulation hat das Gitter, auf dem die Berechnung durchgeführt wird. Dazu wurde ein hyperbolischer Algorithmus von Steger und Chaussee für einen zweidimensionalen Deltaflügler implementiert (s. [CS], [D]). Dabei wird nur der Körperrand vorgegeben, d. h. es wird ein offenes Randwertproblem gelöst. Dieses wird festgelegt durch den Nasenradius r, den Winkeln α_1 und α_2 der daran anschließenden Tangenten sowie der Verlängerung l. (vgl. Abb. 1) Zur Gittergenerierung wird ein hyperbolisches System von zwei Differentialgleichungen iterativ gelöst. Über diese wird zum einen die Orthogonalität und zum anderen das Zellvolumen gesteuert.

Da man im voraus nicht weiß, wo der stationäre Frontstoß liegt, ist es sinnvoll, das Gitter während der Berechnung der momentanen Strömungssituation anzupassen. Dazu wurde ein adaptiver Netzgenerator entwickelt (vgl. [D]), der auf einem Ansatz von Brackbill und Saltzman (vgl. [BS]) beruht. Dabei werden die Gittereigenschaften wie Orthogonalität, Glättung und Konzentration als Integrale formuliert und dann mittels eines Variationsansatzes minimiert. Dazu werden zweidimensionale elliptische Gleichungen diskretisiert und iterativ gelöst. Die Randpunktverteilung wird mit den entsprechenden eindimensionalen Gleichungen bestimmt.

2.3 Ergebnisse und ihre Bedeutung

Ein Schwerpunkt bei der numerischen Untersuchung bildete die Frage, inwiefern chemische Prozesse eine Rolle spielen bei Strömungsprozessen in einer Höhe von 35 km und einer Anströmmachzahl kleiner 8. Dazu wurden zwei Testrechnungen am Nasenquerschnitt von ELAC-1 mit $r = 0.12$ m, $\alpha_1 = 3.833^o$, $\alpha_2 = 2.5575^o$, $l = 0.12$m (vgl. [NS], Abb. 1) durchgeführt, einmal mit und einmal ohne chemische Reaktionen. Betrachtet wurde dabei konkret ein Mach-7.4-Anströmung bei der Temperatur $T_\infty = 281K$ und dem Druck $p_\infty = 2100Pa$ sowie einem Anstellwinkel von 10^o. Die Wand wurde dabei als adiabat vorausgesetzt. Für das Transport- und Diffusionsmodell wurden dazu die folgenden benötigten Parameter gesetzt:

$$Re/L_{ref} = 15000, \; Pr = 0.72, \; Le = 1.2.$$

Die Berechnungen wurden auf einem 80×40 Gitter durchgeführt. (vgl. Abb. 9) In Abb. 5 sind nun die in beiden Fällen berechneten Wandtemperaturverteilungen aufgeplottet. Der Verlauf ist in beiden Fällen qualitativ gleich. Die maximale Temperatur tritt im Staupunkt an der unteren Körperseite auf, nimmt dann nahezu linear um den Nasenkreis ab und ist entlang der tangentialen Verlängerungen nahezu konstant. Durch die chemischen Reaktionen bedingt liegt die Wandtemperatur jedoch um etwa 3% niedriger als bei der Simulation ohne chemisches Nichtgleichgewicht. Es zeigt sich also, daß die Chemie bei den hier betrachteten Strömungssituationen schon einen gewissen Einfluß hat.

Für die Auslegung der Nasenkonfiguration eines Raumgleiters sind die Vorgänge an der Wand wesentlich. Hier interessieren besonders die Druckverteilung sowie Reibungs- und Wärmeprozesse. Diese sind in den Abb. 6, 7 und 8 aufgeplottet, wobei hier allerdings eine Testrechnung mit konstanter Wandtemperatur $T_W = 570K$ durchgeführt wurde. Die Ergebnisse stimmen qualitativ mit denen in der Literatur überein (vgl. z. B. [He]). Inwieweit diese auch quantitativ die Verhältnisse an der Wand wiedergeben, kann abschließend noch nicht beurteilt werden.

Ein Problem bei der numerischen Simulation von Staupunktströmungen mittels Shock-Capturing-Verfahren bildet die scharfe Erfassung des Frontstoßes. Es werden hier drei Punkte benötigt, um diesen zu erfassen. Damit er nicht verschmiert, ist es notwendig, möglichst viele Gitterlinien in diesen Bereich zu legen. Bei einer instationären Berechnung ist dies aber nur möglich, wenn das Gitter den Strömungsverhältnissen von Zeit zu Zeit angepaßt wird. Geschieht dies nicht, so verschmiert der Bugstoß wie aus Abb. 10 ersichtlich. Durch eine zeitliche Adaption wird dieser wesentlich schärfer erfaßt (vgl. Abb. 12). Die Stoßposition geht hier sehr deutlich aus dem angepaßten Gitter hervor (Abb. 11).

Ein weiterer Schwerpunkt bei der numerischen Untersuchung war die Frage nach dem Einfluß der Rekonstruktionsordnung N, der von dem Grad des verwendeten Interpolationspolynoms abhängt, auf die Berechnung. Hierzu wurden verschiedene Testrechnungen für kalorisch perfekte und ideale Luft an einer reibungsfreien Strömung zu den Anströmwerten $Ma_\infty = 8.2$, $T_\infty = 56K$, $p = 12Pa$ durchgeführt. In diesem Fall existieren für den Staupunkt im stationären Zustand analytische Ergebnisse, die einen Vergleich ermöglichen. Bei erster Ordnung ergab sich für die Staupunkttemperatur eine Abweichung von etwa 13%, bei zweiter Ordnung dagegen nur noch von 5%. Dies ist eine wesentliche Verbesserung. Für noch höhere Ordnungen erzielt man jedoch keine weitere Verbesserung. Dies liegt daran, daß sich dann der Fehler durch das Dimensionssplitting zu sehr bemerkbar macht. Betrachtet man die Abbildungen 2,3 und 4, so erkennt man deutlich, daß mit zunehmender Ordnung, die Höhenlinien "zackiger" werden. Dies ist vor allen Dingen bei dritter Ordnung sehr stark ausgebildet.

Bei der Rekonstruktion von Ordnung größer als 1 ergibt sich zudem das Problem, daß bei der Rekonstruktion über den Stoß negative Drücke berechnet werden. In diesem Fall wird auf erste Ordnung zurückgeschaltet.

Durch die numerische Diskretisierung wird ein Fehler eingeführt, der sich als numerische Dissipation bemerkbar macht. Man ist bemüht, diesen möglichst klein zu halten. Ein Maß für die Größe dieses Fehlers ist im stationären Zustand die totale Enthalpie. Diese physikalische Größe muß nämlich im ganzen Strömungsgebiet konstant sein. Die Abbildungen 13 und 14 zeigen diese für die Testrechnungen erster und zweiter Ordnung. Es fällt auf, daß die totale Enthalpie zum einen über den Stoß springt und zum anderen zur Wand hin zunimmt. Ersteres ist dadurch bedingt, daß bei Shock-Capturing-Verfahren drei Zellen benötigt werden, um den Shock zu erfassen. Dies läßt sich hier also nicht vermeiden. Die Grenzschicht, die sich an der Wand ausbildet, ist dagegen auf die numerische Dissipation zurückzuführen. Auch hier macht sich die Rekonstruktionsordnung positiv bemerkbar. Bei erster Ordnung ergibt sich eine Abweichung von 8,5%, für die zweite Ordnung dagegen nur noch von 2,6%.

Insgesamt läßt sich also sagen, daß der größere Rechenaufwand bei höherer Ordnung aufgrund der wesentlich besseren quantitativen Ergebnisse durchaus gerechtfertigt ist.

2.4 Offene Fragen

Ein großes Problem bei dem hier entwickelten Algorithmus ist die Rechenzeit. Da die meiste Zeit für die Lösung der Riemannprobleme in Anspruch genommen wird, sollte hier untersucht werden, ob der exakte iterative Löser von Colella und Glaz (vgl. [CG]) nicht durch einen approximativen Löser z. B. von Liu und Vinokur (vgl. [LV]) ersetzt werden kann.

Desweiteren ergeben sich Schwierigkeiten durch die Rekonstruktion höherer Ordnung vor dem Bugstoß. Dabei treten Oszillationen auf, die zu einem unphysikalischen Absinken des Drucks führen. Dieses wird bisher durch eine Impulskorrektur oder eine Energiezufuhr in der entsprechenden Zelle abgefangen. Durch eine echte 2D-Rekonstruktion, mit der das Dimensionssplitting vermieden werden könnte, ließe sich dies eventuell vermeiden.

Bisher konnt noch nicht geklärt werden, ob das Modell der Transport- und Diffusionskoeffizienten von Aupoix und Cousteix (vgl. [AC]) genau genug ist, um die physikalischen Effekte der hier betrachteten Strömungssituationen hinreichend zu beschreiben. Zu Vergleichszwecken müßte ein etwas allgemeineres Modell implementiert werden. Hier bietet sich das Modell von Bird, Curtis und Hirschfelder [HCH] an, das von Straub [S] speziell für das hier betrachtete 5-Komponentenmodell der Luft näher betrachtet wurde.

2.5 Zusammenarbeit und wissenschaftliche Kontakte

Enge Kontakte bestehen zum Teilprojekt C3. Diese beruhen im wesentlichen auf der Diskussion und dem Erfahrungsaustausch von numerischen Diskretisierungen insbesonderen von Riemannlösern.

Ferner bestehen Beziehungen zu Kollegen am Seminar für Angewandte Mathematik, ETH Zürich, die jahrelange Erfahrungen im Rahmen des Hermesprojekts auf dem Gebiet der hypersonischen Staupunktberechnung aufzuweisen haben.

2.6 Literatur

[A] J. D. Anderson
Hypersonic and High Temperature Gas Dynamics
MacGraw-Hill Book Company, 1989;

[AC] B. Aupoix, J. Cousteix
Calculations of hypersonic Laminar Boundary Layers
1st Joint Europe/US Short Course in Hypersonics, Paris, Dec 7-11, 1987

[BCH] R. B. Bird, C. F. Curtis, O. Hirschfelder
Molecular Theory of Gases and Liquids
John Wiley & Sons Inc., 4. Auflage, 1967

[BS] J. Brackbill, J. Saltzman
Applications and generalisations of variational methods for generating adaptive meshes
North Holland, 1982;

[CG] Ph. Colella, H. M. Glaz
Efficient Solution Algorithms for the Riemann Problem for Real Gases
J. Comp. Phys., 79 (1985), 264-289 ;

[CS] D. S. Chaussee, J. L. Steger
Generation of body-fitted coordinates using hyperbolic partial differential equations
SIAM J. SCI STAT. COMPUT, Vol. 1, No. 4, 1980;

[D] Ch. Dickopp
Zweidimensionale Netzgenerierung für Außenrandprobleme
Diplomarbeit, Institut für Geometrie und Praktische Mathematik, RWTH Aachen, 1991;

[H] C. F. Hansen
Approximation for the Thermodynamics and Transport Properties of High-Temperature Air
NASA TR-50, 1959

[He] Problem 6: Flow over a Double Ellipse
Double Ellipsoid, Part I
in: Workshop on Hypersonic Flows for Reentry Problems, January 22-25, 1990 - Autibers (France), INRIA, GAMNI-SMAI

[HEOC] A. Harten, B. Engquist, S. Osher, S. Chakravarthy
Uniformly high-order accurate non-oscillatory schemes III
J. Comp. Phys., 71, 231-303, 1987

[FJK] M. Fey, R. Jeltsch, P. Karmann
Numerical Analysis of Chemically Reacting Inviscid Flow in 2D
in: Workshop on Hypersonic Flows for Reentry Problems, January 22-25, 1990 Antibers Tome 4, INRIA, GAMNI-SMAI, 185-241;

[LV] Y. Liu, M. Vinokur
Nonequilibrium Flow Computations I. An Analysis of Numerical Formulations of Conservation Laws
J. Comp. Phys., 83 (1989), 373-397;

[M] S. Müller
Im wesentlichen-nicht-oszillierende Verfahren zur Approximation von hyperbolischen Erhaltungssätzen in einer Raumdimension
Diplomarbeit, Inst. f. Geometrie u. Prakt. Math., RWTH Aachen, 1989;

[NS] G. Neuwerth, R. Staufenbiel
Geometrie der Konfiguration "ELAC-1"
Interner Bericht Nr. 1, Teilprojekt A4, 1990;

[P] C. Park
On Convergence of Computation of Chemically Reacting Flows
AIAA-Paper 085-0247 (1985) ;

[PT] R. Peyret, Th. D. Taylor
Computational Methods for Fluid Flow
Springer Verlag, 1982;

[S] D. Straub
Exakte Gleichungen für die Transportkoeffizienten eines Fünfkomponentengemisches als Modellgas dissoziieter Luft
DLR-FB 72-34, 1972

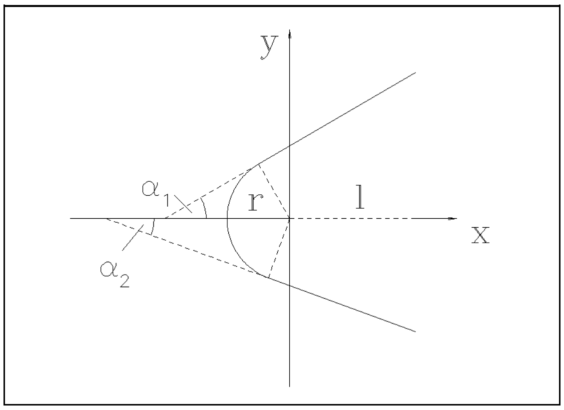

Abb. 1: Körperparameter

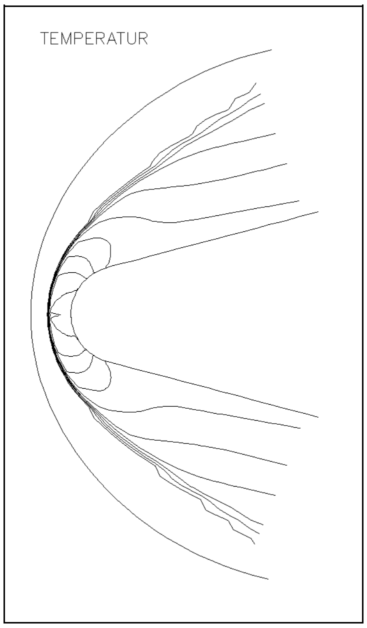

Abb. 2: Ordnung 1

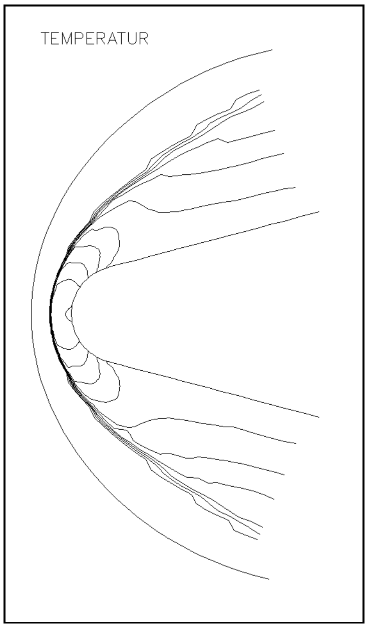

Abb. 3: Ordnung 2

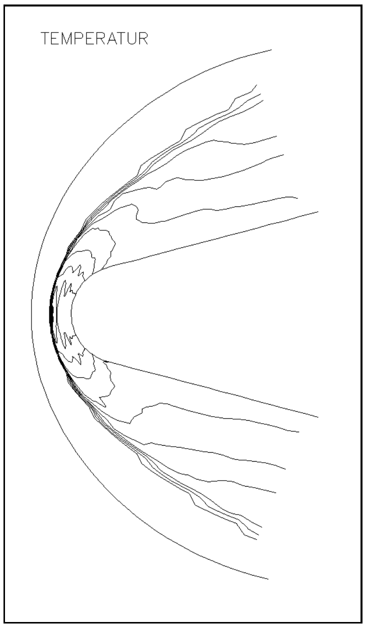

Abb. 4: Ordnung 3

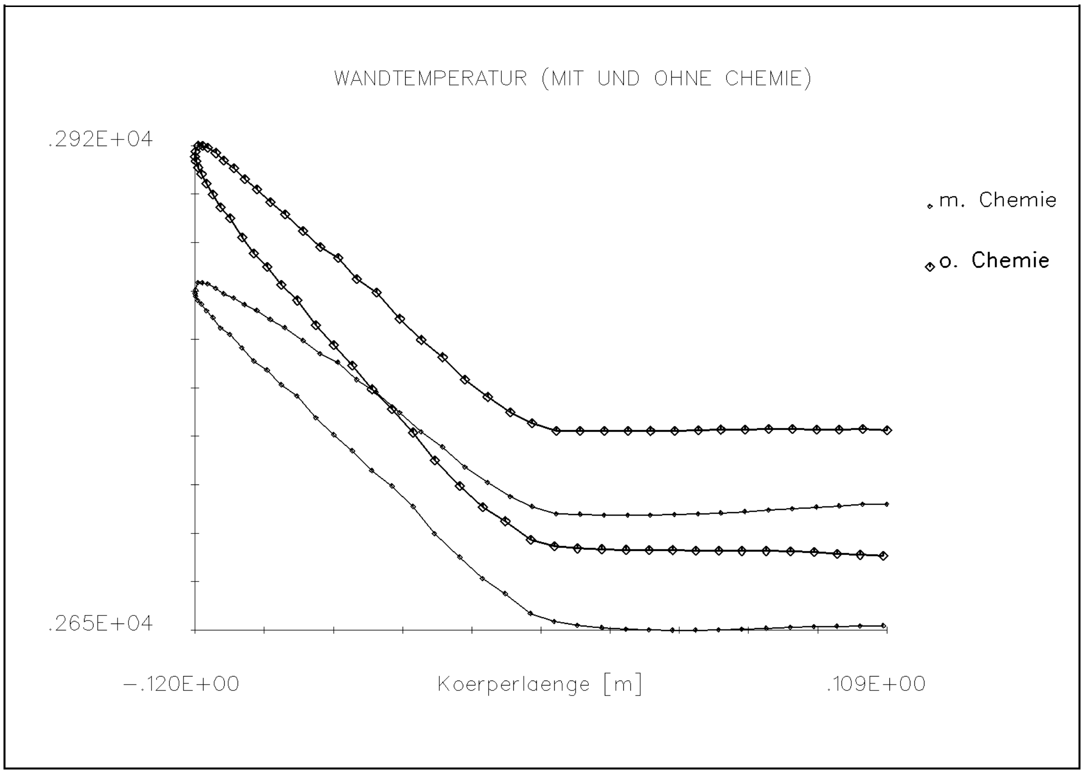

Abb. 5: adiabate Wand

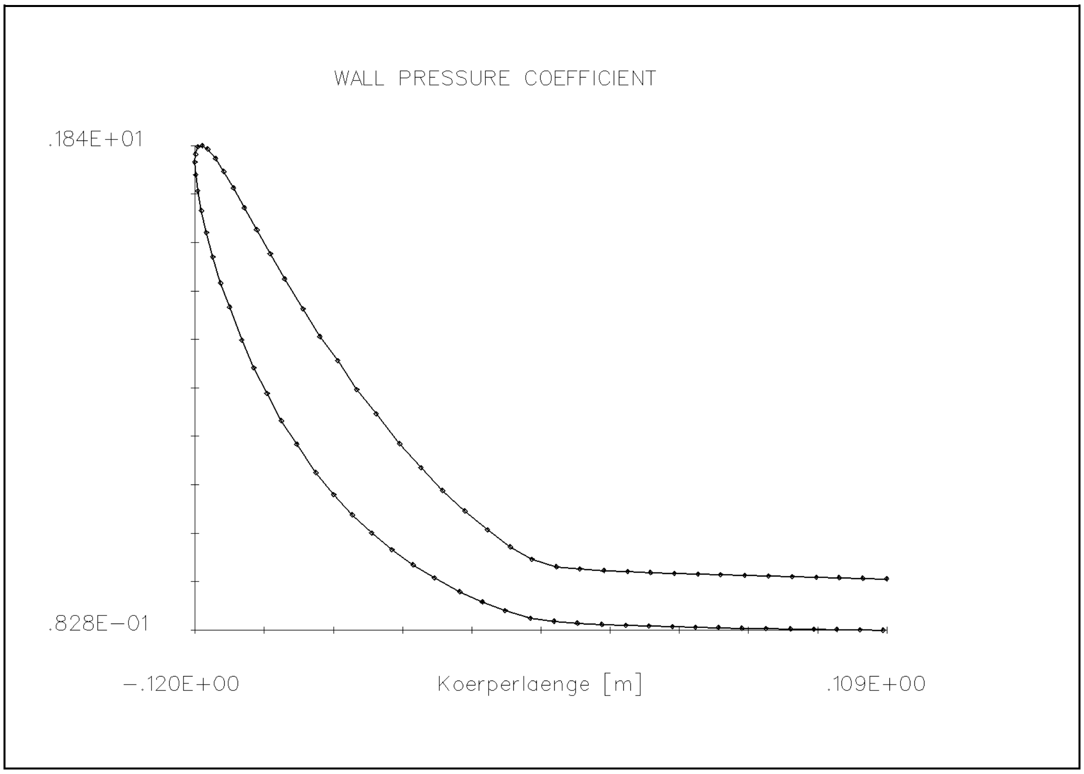

Abb. 6: nicht adiabate Wand ($T_W = 570K = const.$)

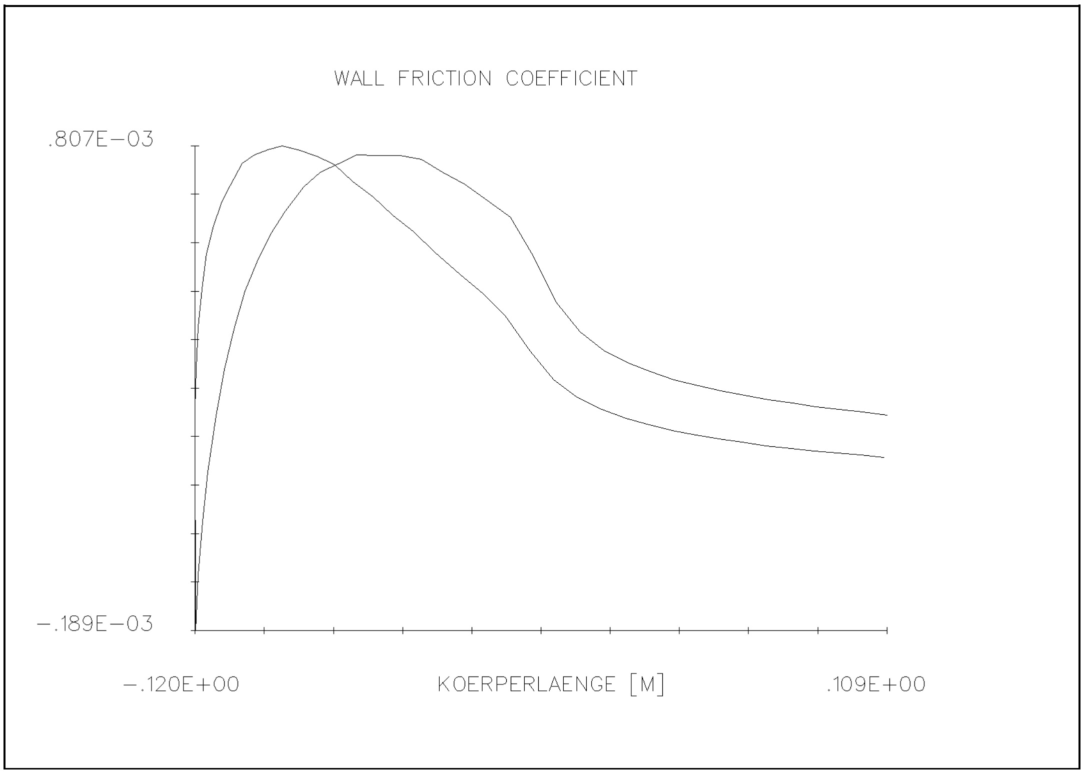

Abb. 7: nicht adiabate Wand ($T_W = 570K = const.$)

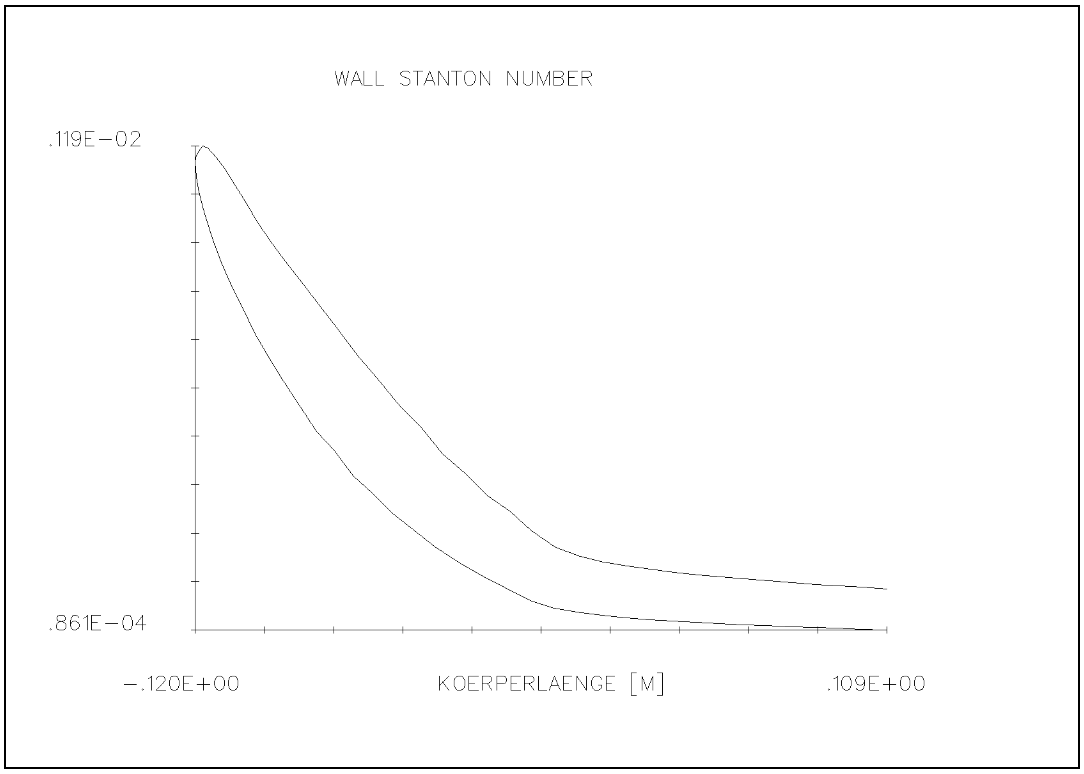

Abb. 8: nicht adiabate Wand ($T_W = 570K = const.$)

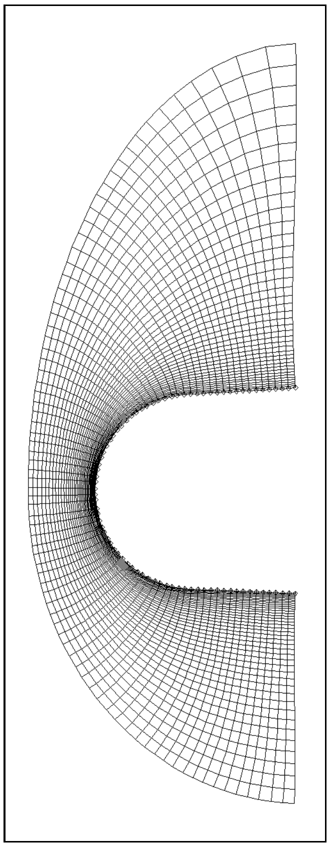

Abb. 9: 80x40 Gitter

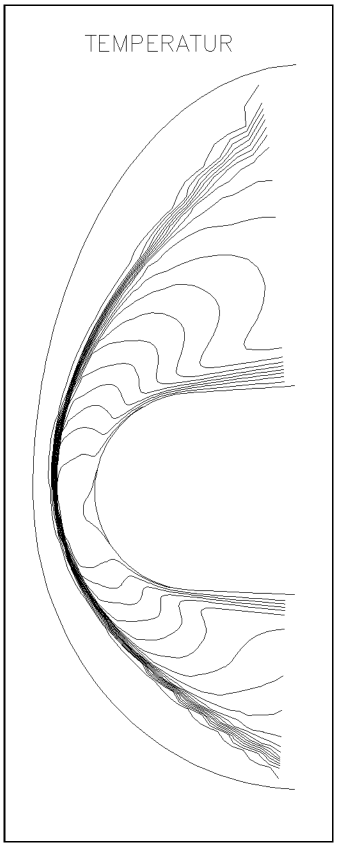

Abb. 10: nicht adabtiv

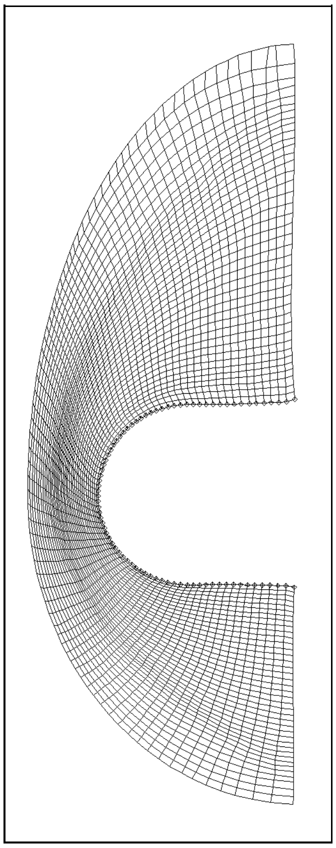

Abb. 11: adabtives Gitter

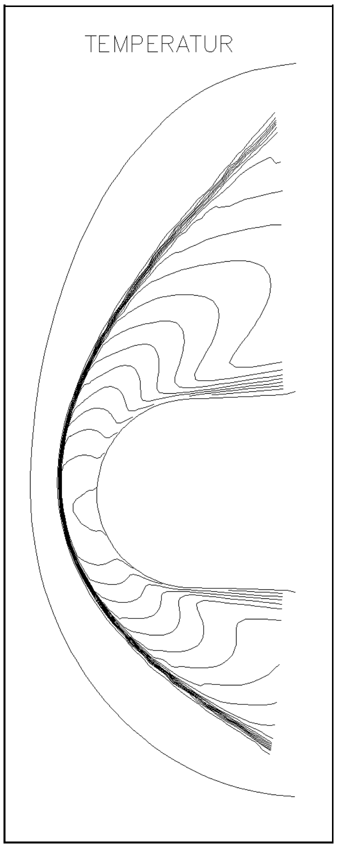

Abb. 12: adabtiv

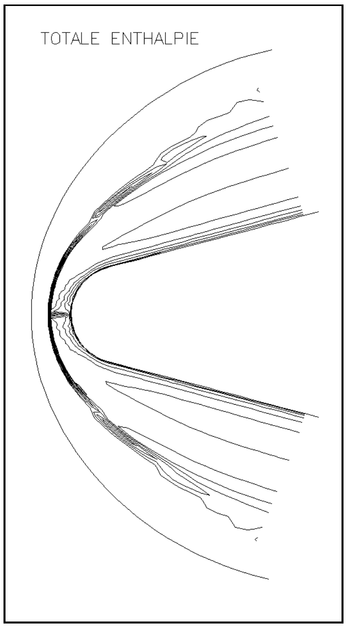

Abb. 13: Ordnung 1

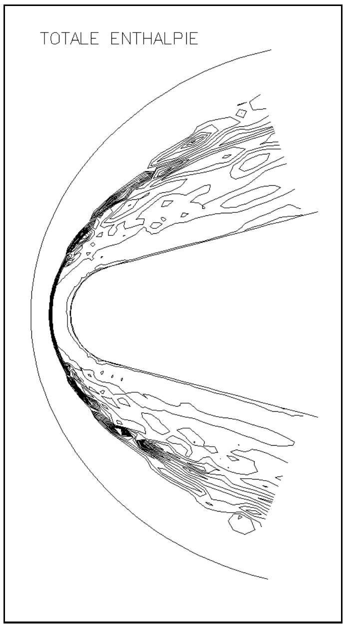

Abb. 14: Ordnung 2