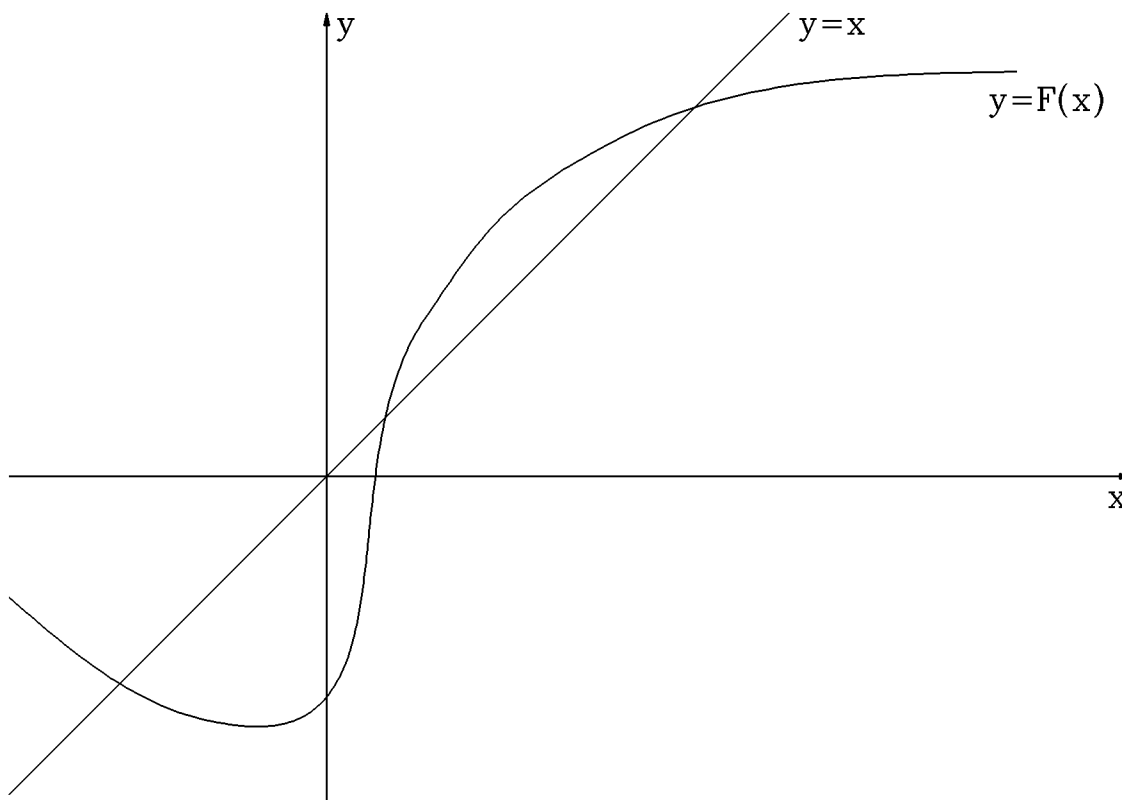


8. Übung zur Numerischen Mathematik I für Maschinenbauer, SS 99

Aufgabe 1

Fixpunktverfahren

Anhand der folgenden Skizze veranschauliche man sich den Verlauf der Fixpunktiteration.



Aufgabe 2

Nullstellenberechnung

Bestimme die Nullstelle(n) von $f(x) = e^{-x} - x$ mittels Bisektion, Fixpunktverfahren, Newton-Verfahren und Sekantenverfahren bis auf einen absoluten Fehler von 0.01. Prüfe beim Fixpunktverfahren die Voraussetzungen nach und führe a-priori und a-posteriori Abschätzungen durch.

Führe obige Berechnungen auch mit folgenden Funktionen durch:

a) $f(x) = e^{-x^2} + 0.2 - x$,

b) $f(x) = \ln(x+2) - x$.

Aufgabe 3

Fixpunktverfahren

Bestimme eine Näherungslösung des Gleichungssystems

$$\begin{aligned}\cos x_1 + \tan x_2 - 5 x_2 &= 0 \\ \sin x_1 - 6 x_1 + \ln(x_2 + 1) &= 0\end{aligned}$$

im Bereich $D = [-1, 1] \times [0, 1]$. Wieviele Iterationen sind höchstens erforderlich, um eine Genauigkeit (welche Norm?) von $\varepsilon = 0.01$ zu erreichen, wenn man mit dem Startwert $x^{(0)} = (0.5, 0.5)^T$ beginnt? Führe analoge Berechnungen für

$$0.1 \begin{pmatrix} x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \\ x_1 + x_2 + x_3 \\ x_1 x_2 x_3 + 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

im Bereich $D = [0, 1] \times [0, 1] \times [0, 2]$ mit $\varepsilon = 0.5 \cdot 10^{-6}$ durch.

Aufgabe 4

Newtonverfahren

Gesucht sind Näherungslösungen des Gleichungssystems

$$\begin{aligned}5x^2 - 6xy + 5y^2 - 32 &= 0 \\ 9x^2 - 16y^2 - 16 &= 0\end{aligned}$$

Verschafe Dir zunächst mit Hilfe einer Skizze einen Überblick über die Anzahl und die Lage der Nullstellen. Verwende für die Iteration sowohl das Newton- als auch das vereinfachte Newton-Verfahren. Behandle

$$\begin{aligned}4x^3 - 27xy^2 + 25 &= 0 \\ 4x^2 - 3y^3 - 1 &= 0\end{aligned}$$

analog.

Aufgabe 5

Nachiteration – Übung 5, Aufgabe 5

Bei der 5. Übung wurde in Aufgabe 5 die *Nachiteration* behandelt. Überlege dir mit Hilfe des Fixpunktverfahrens warum und unter welchen Voraussetzungen das Verfahren konvergiert.