

9. Übung zur Numerischen Mathematik I für Maschinenbauer, SS 99

Hinweise:

In der letzten Woche wird es noch einmal einen Satz Testaufgaben geben. Zu diesen sowie zu den vorherigen Testaufgaben werden wir nach Ablauf des Semesters eine (Muster-) Lösung aushängen.

In der Woche vor der Klausur werden täglich von 10–12 Uhr Beratungen im Raum 149 des Hauptgebäudes stattfinden.

Aufgabe 1

nichtlinearer Ausgleich (a) und b) wie Ü7A7)

Gegeben seien Meßwerte

x_i	-5	-3	0	8	13
y_i	-9	-2	-14	4	-1

die zu einem Kreis mit unbekanntem Mittelpunkt und Radius gehören.

- a) Stelle das zugehörige nichtlineare Ausgleichsproblem mittels der impliziten Kreisgleichung auf.
- b) Linearisiere das Problem mit einer geeigneten Substitution und bestimme die zugehörige Lösung.
- c) Verbessere die in b) gewonnene Näherung durch zwei Schritte des Gauß-Newton-Verfahrens angewandt auf das in a) aufgestellte Ausgleichsproblem.

Aufgabe 2

Interpolation

Gegeben sei die Wertetabelle

i	0	1	2	3
x_i	0	1	2	4
f_i	-3	1	2	7

- a) Bestimme mit der Interpolationsformel von Lagrange das eindeutig bestimmte Interpolationspolynom 3. Grades durch die obigen Wertepaare.
- b) Bestimme das Interpolationspolynom 3. Grades durch die obigen Wertepaare mittels des zugehörigen lin. Gleichungssystems.
- c) Interpoliere die Wertetabelle gemäß der Newton Form.
- d) Wie lautet das Interpolationspolynom unter Hinzunahme des Punktes $(x_4, f_4) = (-1, 1)$ (Berechnung nach a) bis c)) bzw. der Punkte $(x_4, f_4) = (-1, 1)$ und $(x_5, f_5) = (3, 6)$ (Berechnung nach c)).

Aufgabe 3

Interpolation

Berechne das Interpolationspolynom $p_5(x)$, das den Bedingungen $p_5(1) = -4$, $p_5'(1) = -7$, $p_5''(1) = -8$, $p_5(2) = -14$, $p_5'(2) = -8$ und $p_5(3) = 14$ genügt.

Aufgabe 4

Interpolation – Fehlerabschätzung

Die Funktion $\sin x$ soll im Intervall $I = [0, \frac{\pi}{2}]$ äquidistant so tabelliert werden, daß bei linearer bzw. kubischer Interpolation der Interpolationsfehler für jedes $x \in I$ kleiner als $\frac{1}{2}10^{-4}$ ist. Wie groß darf der Stützstellenabstand h dann höchstens sein und wieviele Funktionswerte müssen in die Tabelle aufgenommen werden?

Aufgabe 5

Interpolation – Fehlerabschätzung

Die Funktion $f(x) = \sin x$ ist als Tabelle gegeben.

x	0.0	0.5	1.0	1.5
$\sin x$	0.0	0.47943	0.84147	0.99750

- Berechne einen Näherungswert für $f(0.75)$ mit dem Neville-Aitken-Schema unter Benutzung aller Tabellenwerte und gib eine Fehlerabschätzung an.
- Berechne einen möglichst guten Näherungswert für $f(0.25)$ durch eine Newton-Interpolation vom Grad 3. Gib eine Fehlerabschätzung an.

Aufgabe 6

Interpolation – eine etwas andere Aufgabenstellung

Eine Bank besitzt einen Safe, zu dessen Öffnung die Kenntnis einer Kombination aus fünf natürlichen Zahlen n_i , $1 \leq i \leq 5$ benötigt wird. Bei der Bank sind 20 Kassierer angestellt. Je fünf von ihnen sollen in der Lage sein, gemeinsam den Safe zu öffnen, aber eine kleinere Gruppe soll den Safe nicht öffnen können.