

Testaufgaben zur Numerischen Mathematik I für Maschinenbauer, SS 99

Aufgabe 7

(entspricht etwa je einer Klausuraufgabe)

Bestimme für das Intervall $[0, 1.5]$ die Nullstelle(n) von $f(x) = \tan(x-0.5)$ mittels Bisektion, Fixpunktverfahren, Newton-Verfahren und Sekantenverfahren bis auf einen absoluten Fehler von 0.01. Prüfe beim Fixpunktverfahren die Voraussetzungen nach und führe a-priori und a-posteriori Abschätzungen durch.

Aufgabe 8

(umfangreicher als eine Klausuraufgabe)

Bestimme eine Näherungslösung des Gleichungssystems

$$\begin{aligned} \sin x + e^y - 9y &= 0 \\ e^{-y^2} - \cos x + 7x &= 0 \end{aligned}$$

im Bereich $D = [-1, 1] \times [-1, 1]$.

- Wieviele Iterationen sind mit dem Fixpunktverfahren höchstens erforderlich, um eine Genauigkeit (welche Norm?) von $\varepsilon = 0.5 \cdot 10^{-2}$ zu erreichen? Wie groß ist der Fehler (höchstens) nach der 2. Iteration?
- Verbessere die in a) gewonnene Näherung mittels 2 Schritten des (vereinfachten) Newton-Verfahrens.
- Führe nun einen weiteren Schritt des Fixpunktverfahrens durch und gib erneut eine a-posteriori Fehlerabschätzung an.

Aufgabe 9

Die Funktion $f(x) = e^{-x^2}$ ist als Tabelle gegeben.

x	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
$f(x)$	1.0	0.96079	0.85214	0.69768	0.52729	0.36788

- Berechne einen möglichst guten Näherungswert für $f(0.5)$ mit dem Neville-Aitken-Schema unter Benutzung von vier Tabellenwerten und gib eine Fehlerabschätzung an.
- Berechne einen möglichst guten Näherungswert für $f(0.1)$ durch eine Newton-Interpolation vom Grad 3. Gib eine Fehlerabschätzung an.