

RHEINISCH WESTFÄLISCHE TECHNISCHE HOCHSCHULE
 INSTITUT FÜR GEOMETRIE UND PRAKTISCHE MATHEMATIK
Numerische Mathematik für Elektrotechniker — WS 19/20

Prof. Dr. Benjamin Berkels
 Dr. Karl-Heinz Brakhage — Thomas Jankuhn — Christian Löbbert

Hausübung 2 Musterlösung

VF-1: Es seien x_{\min} bzw. x_{\max} die kleinste bzw. größte (strikt) positive Zahl sowie eps die relative Maschinengenauigkeit in der Menge $\mathbb{M}(b, m, r, R)$ der Maschinenzahlen gemäß Vorlesung/Buch und $\mathbb{D} := [-x_{\max}, -x_{\min}] \cup [x_{\min}, x_{\max}]$. Ferner beschreibe $fl : \mathbb{D} \rightarrow \mathbb{M}(b, m, r, R)$ die Standardrundung. Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!

1.	In $\mathbb{M}(10, 3, -8, 8)$ gilt $\left \frac{fl(x)-x}{x} \right = (1 + \varepsilon)x$ mit $ \varepsilon \leq 10^{-3} \forall x \in \mathbb{D}$.	falsch
2.	In $\mathbb{M}(10, 4, -8, 8)$ gilt $eps = 5 \cdot 10^{-4}$.	wahr
3.	In $\mathbb{M}(10, 3, -8, 8)$ gilt $x_{\min} = 10^{-8}$.	falsch
4.	In $\mathbb{M}(10, 4, -8, 8)$ gilt $x_{\max} = 99990000$.	wahr
5.	Gib x_{\max} für $\mathbb{M}(3, 3, -4, 4)$ als nicht normalisierte Dezimalzahl an.	78

VF-2: Es seien x_{\min} bzw. x_{\max} die kleinste bzw. größte (strikt) positive Zahl sowie eps die relative Maschinengenauigkeit in der Menge $\mathbb{M}(b, m, r, R)$ der Maschinenzahlen gemäß Vorlesung/Buch und $\mathbb{D} := [-x_{\max}, -x_{\min}] \cup [x_{\min}, x_{\max}]$. Ferner beschreibe $fl : \mathbb{D} \rightarrow \mathbb{M}(b, m, r, R)$ die Standardrundung. Alle Zahlenangaben sind im 10er-System. Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!

1.	In $\mathbb{M}(7, 3, -10, 10)$ gilt $\left \frac{fl(x)-x}{x} \right \leq \frac{1}{98} \forall x \in \mathbb{D}$.	wahr
2.	In $\mathbb{M}(100, 4, -8, 8)$ gilt $x_{\min} = 10^{-10}$.	falsch
3.	In $\mathbb{M}(5, 8, -2, 9)$ gilt $x_{\min} = 0.008$.	wahr
4.	In $\mathbb{M}(3, 2, -4, 3)$ gilt $x_{\max} = 18$.	falsch
5.	Gib die Dezimalzahl 5.8 nicht normalisiert in $\mathbb{M}(3, 6, -9, 9)$ an.	12.2102

VF-3: Es seien x_{\min} bzw. x_{\max} die kleinste bzw. größte (strikt) positive Zahl sowie eps die relative Maschinengenauigkeit in der Menge $\mathbb{M}(b, m, r, R)$ der Maschinenzahlen gemäß Vorlesung/Buch und $\mathbb{D} := [-x_{\max}, -x_{\min}] \cup [x_{\min}, x_{\max}]$. Ferner beschreibe $\text{fl} : \mathbb{D} \rightarrow \mathbb{M}(b, m, r, R)$ die Standardrundung. Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!

1.	$ \text{fl}(x) - x \leq \text{eps}$ für alle $x \in \mathbb{D}$.	falsch
2.	$\left \frac{\text{fl}(x) - x}{x} \right \leq \text{eps}$ für alle $x \in \mathbb{D}$.	wahr
3.	Für jedes $x \in \mathbb{D}$ existiert eine Zahl ε mit $ \varepsilon \leq \text{eps}$ und $\text{fl}(x) = (1 + \varepsilon)x$.	wahr
4.	Für jedes $x \in \mathbb{D}$ existiert eine Zahl ε mit $ \varepsilon \leq \text{eps}$ und $\text{fl}(x) = x + \varepsilon$.	falsch
5.	Es sei $f(x) = \frac{1}{1+x}$ und \tilde{x} ein Näherungswert für $x = 3$, der mit einem relativen Fehler von maximal 2% behaftet ist. Bestimmen Sie in erster Näherung eine (scharfe) Schranke für den relativen Fehler in $f(\tilde{x})$ als Annäherung für $f(x)$.	0.015