

Aufgabe 1

(5 Punkte)

Der Ausdruck

$$a = (2 - \sqrt{3})^4$$

soll mit dem Näherungswert $\sqrt{3} \approx 1.7$ berechnet werden. Eine äquivalente Darstellung von a ist

$$b = \frac{1}{(2 + \sqrt{3})^4}$$

- Welcher Ausdruck liefert das bessere Ergebnis? Begründen Sie Ihre Antwort, ohne zunächst die Berechnungen aus Aufgabenteil (b) durchzuführen (ansonsten 0 Punkte!).
- Berechnen Sie a und b in 4stelliger Gleitpunktarithmetik, wobei Sie den obigen Näherungswert $\sqrt{3} \approx 1.7$ verwenden und vergleichen Sie mit dem auf 4 Stellen genauen Wert $0.5155 \cdot 10^{-2}$, indem Sie den relativen Fehler berechnen.
- Leiten Sie einen Ausdruck her, der das (bessere) Resultat weiter verbessert (Begründung!).

Aufgabe 2

(6 Punkte)

Führen Sie zwei Iterationsschritte des vereinfachten Newtonverfahrens zur Lösung des nichtlinearen Gleichungssystems

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= 2 \\ e^y + \ln x &= 1 \end{aligned}$$

mit dem Startwert $x^{(0)} = 1$ und $y^{(0)} = 1$ durch. Lösen Sie das auftretende lineare Gleichungssystem mit LR -Zerlegung. Geben Sie L und R explizit an.

Aufgabe 3

(5 Punkte)

Gegeben sei das Anfangswertproblem

$$y'(t) = y(t) + \frac{2t}{y(t)}, \quad y(-1) = -1.$$

Bestimmen Sie eine Näherung für $y(-0.8)$ bei Verwendung der Schrittweite $h = 0.2$

- mit dem klassischen Runge-Kutta-Verfahren vierter Ordnung.
- mit der Trapezmethode. Falls bei der Bestimmung von y^{n+1} mehrere Lösungen auftauchen, so ist diejenige zu wählen, die am nächsten bei y^n liegt.

Aufgabe 4

(4 Punkte)

Gegeben seien Meßwerte einer unbekanntes Funktion f , durch

$$\begin{array}{c|cccc} x_i & 0 & 1 & 2 & 4 \\ \hline f_i & -3 & 1 & 2 & 7 \end{array} .$$

- a) Bestimmen Sie das Interpolationspolynom in der Newtondarstellung zu den Stützstellen $x_i = 0, 1, 2$.
- b) Es sind nun die Stützstellen $x_i = 1, 2, 4$ zu verwenden. Bestimmen Sie mit Hilfe des Neville-Aitken-Schemas den Wert des zugehörigen Interpolationspolynoms an der Stelle $x = 3$.