

IGPM – K.-H. Brakhage
Einige Lösungen zu Kapitel 4

(Wenn nicht anders gesagt ist $Ab = (A|b)$ aus $\|A*x-b\|_2 \rightarrow \min$, $R=Q'*Ab$ (also nach einer orthogonalen Transformation), res das Residuum und $NG=(A'*A|A'*b)$ – Normalgleichung)

Da die Q-R-Zerlegung nicht *normiert* ist, sind die Vorzeichen der Zeilen in R vom verwendeten Verfahren abhängig

Aufgabe 4.6

Modell : $y(t)=a*t+b$

Lösung über Householder, Givens und Normalgleichungen;

$$Ab := \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \quad R := \begin{bmatrix} \sqrt{3} & \frac{2\sqrt{3}}{3} & \frac{7\sqrt{3}}{3} \\ 0 & \frac{\sqrt{42}}{3} & \frac{5\sqrt{42}}{21} \\ 0 & 0 & -\frac{\sqrt{14}}{7} \end{bmatrix} \quad R := \begin{bmatrix} 1.732050808 & 1.154700539 & 4.041451885 \\ 0. & 2.160246899 & 1.543033500 \\ 0. & 0. & -0.5345224838 \end{bmatrix}$$

$$y(t) := \frac{13}{7} + \frac{5t}{7} \quad y(t) := 1.857142857 + 0.7142857142t$$

$$res := \frac{\sqrt{14}}{7} \quad NG := \begin{bmatrix} 3 & 2 & 7 \\ 2 & 6 & 8 \end{bmatrix}$$

Aufgabe 4.7

Modell : $y(t)=a*t^2+b$;

Lösung über Householder, Givens und Normalgleichungen;

$$Ab := \begin{bmatrix} 1. & 1 & 1. \\ 0. & 1 & 2. \\ 4. & 1 & -3. \end{bmatrix} \quad R := \begin{bmatrix} 4.123105626 & 1.212678125 & -2.667891875 \\ 0. & 1.236693885 & 2.616083217 \\ 0 & 0 & -0.196116134 \end{bmatrix}$$

$$y(t) := -1.269230769t^2 + 2.115384617$$

$$res := 0.1961161340 \quad NG := \begin{bmatrix} 17. & 5. & -11. \\ 5. & 3 & 0. \end{bmatrix}$$

Aufgabe 4.8

$$R := \begin{bmatrix} 1.45773797371 & 0 & 1.71498585143 & 2.50386168001 \\ 0 & 1.58113883008 & 0 & 1.81609460082 \\ 0 & 0 & 1.43486010796 & 1.42684700299 \\ 0 & 0 & 0 & -0.022457682394 \\ 0 & 0 & 0 & 0.081443361412 \end{bmatrix}$$

$$f(t) := 0.5477344592t^2 + 1.148599077t + 0.9944154103$$

$$res := 0.0844829486737$$

Aufgabe 4.9

Modell : $f(t)=a*t+\ln(B*t) = a*t+\ln(B)+\ln(t) = a*t+b+\ln(t)$;

Lösung über Householder, Givens und Normalgleichungen;

$$Ab := \begin{bmatrix} 1. & 1 & 1. \\ 3. & 1 & 0.901387711 \\ 4. & 1 & 0.613705639 \end{bmatrix} \quad R := \begin{bmatrix} 5.099019514 & 1.568929081 & 1.207876469 \\ 0 & 0.7337993857 & 0.8449459653 \\ 0 & 0 & 0.1274172926 \end{bmatrix}$$

$$f(t) := -0.1174135524t + \ln(3.162830188t)$$

$$res := 0.1274172926 \quad NG := \begin{bmatrix} 26. & 8. & 6.158985689 \\ 8. & 3 & 2.515093350 \end{bmatrix}$$

Aufgabe 4.11

Modell : Ellipse

$$Ab := \begin{bmatrix} 1 & \frac{7}{4} & 1 \\ 0 & \frac{15}{16} & 1 \\ \frac{4}{3} & \frac{1}{4} & 1 \end{bmatrix}$$

Hauptachsen: $a_- := 1.450647133$ $b_- := 1.433848338$

$$0.4752000000x^2 + 0.4863999999y^2 = 1$$

Aufgabe 4.12

Modell : Kreis --> $-2*x*x_m - 2*y*y_m + a (=x_m^2 + y_m^2 - r^2) + x^2 + y^2$

$$Ab := \begin{bmatrix} 10. & 18. & 1 & -106. \\ 6. & 4. & 1 & -13. \\ -0. & 28. & 1 & -196. \\ -16. & -8. & 1 & -80. \\ -26. & 2. & 1 & -170. \end{bmatrix} \quad R := \begin{bmatrix} 32.68026928 & 8.567860861 & -0.7955870797 & 139.5949329 \\ 0 & 33.44535483 & 1.519388258 & -249.4824769 \\ 0 & 0 & 1.434747547 & -52.18989881 \\ 0 & 0 & 0 & 23.72944432 \\ 0 & 0 & 0 & 10.28962531 \end{bmatrix}$$

$$x_m = 4.908392970 \quad y_m = -5.806896557 \quad r = 9.705052088$$

Aufgabe 4.19

$$f(t) := 0.3507780375t + \ln(0.9813509919t + 0.9813509919) \text{ (Maple!!!)}$$

$$res := 0.03199650631$$