IGPM – K.-H. Brakhage

Einige Lösungen zu Kapitel 7

(Maple Output: < ← → <=, und zu viele Stellen bei Fehlerabschätzungen)

Aufgabe 7.4

Interpolation: Newton- und Aitkenschema

AitkenTableau

```
 0.000000 | 0.000000
          |           > 0.719145
 0.500000 | 0.479430             > 0.675124
          |           > 0.660450            > 0.680662
 1.000000 | 0.841470             > 0.686201
          |           > 0.763455
 1.500000 | 0.997500
```

Fehlerabschätzung:

kubisch, also 4. Ableitung für Fehler, Faktor 1/4!

die Werte sollten der Tabelle entnommen werden

Maximaler Ableitungswert: **0.99750** → Fehlerabschätzung (zu viele Stellen – automatische Ausgabe)

$$fe < 0.001461181641$$

NewtonTableau (Symmetrie!!)

```
-0.500000 |-0.479430
          |           > 0.958860
 0.000000 | 0.000000             > 0.000000
          |           > 0.958860            >-0.156520
 0.500000 | 0.479430             >-0.234780
          |           > 0.724080
 1.000000 | 0.841470
```

Funktionswert:

$$px := 0.2470518750$$

Fehlerabschätzung:

(die Werte sollten der Tabelle entnommen werden)

Maximaler Ableitungswert: **0.84147** → Fehlerabschätzung

$$fe < 0.001232622070$$

---

analoge Aufgabe zu Aufgabe 7.2

f(0)=1; f'(0)=0; f''(0)=-4; f(1)=0; f'(1)=0; f''(1)=4;

Newton Tableau

```
 0.00000 |   1.00000   0.00000  -2.00000   1.00000   1.00000  -2.00000
 0.00000 |   1.00000   0.00000  -1.00000   2.00000  -1.00000
 0.00000 |   1.00000  -1.00000   1.00000   1.00000
 1.00000 |   0.00000   0.00000   2.00000
 1.00000 |   0.00000   0.00000
 1.00000 |   0.00000
```

Hornerartige Darstellung des Polynoms

p(x)= $(((-2x+3)(x-1)+1)x-2)x^2+1$

Hornerartige Darstellung des Polynoms zu 7.2:

p(x)= $((((x+2)(x-2)+1)(x-1)-4)(x-1)-7)(x-1)-4$

Aufgabe 7.5

eine alte Testaufgabe, die im Hinblick auf eine Klausuraufgabe gestellt wurde

==

Wahl der Stützstellen im Hinblick auf kleinen Wert beim Knotenpolynom

AitkenTableau

```
 0.200000 | 0.960790
          |           > 0.797815
 0.400000 | 0.852140               > 0.780636
          |           > 0.774910               > 0.778769
 0.600000 | 0.697680               > 0.776901
          |           > 0.782875
 0.800000 | 0.527290
```

kubisch, also 4. Ableitung für Fehler, Faktor 1/4!

$$f^{(4)}(x)= h := 4\, e^{(-x^2)} (3 - 12 x^2 + 4 x^4),\quad f^{(5)}(x)= -8 x\, e^{(-x^2)} (15 - 20 x^2 + 4 x^4)$$

Extrema von $f^{(4)}(x)$ bei $f^{(5)}(x) = 0$ (**biquadratische Gleichung 15-20*x+4*x^2=0**), und Randwerte

Extrema liegen außerhalb → Randwerte (die von exp(.) aus Tabelle!)

Maximaler Ableitungswert: **9.7093...** → Fehlerabschätzung

$$fe < 0.0003641007659$$

Teil b)

==================

Symmetrie gewinnt! exp(-x^2) = exp(-(-x)^2))

NewtonTableau

```
-0.200000 | 0.960790
          |           > 0.196050
 0.000000 | 1.000000               >-0.980250
          |           >-0.196050               > 0.187083
 0.200000 | 0.960790               >-0.868000
          |           >-0.543250
 0.400000 | 0.852140
```

Funktionswert:

$$px := 0.9896362500$$

Fehlerabschätzung: Extrema bei x=0

$$fe < 0.0004500000000$$