

Numerische Mathematik I für Ingenieure, SS 2007

Multiple-Choice-Aufgaben

MC 2-1

Es sei $\|\cdot\| : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ eine Norm. Welche der folgenden Ungleichungen gelten für alle $x, y \in \mathbb{R}^n$?

- $\|x - y\| \leq \|x\| - \|y\|$
- $\|x - y\| \leq \|x\| + \|y\|$
- $|\|x\| - \|y\|| \leq \|x\| - \|y\|$
- $\|x\| - \|y\| \leq |\|x\| - \|y\||$

MC 2-2

Welche der folgenden Aussagen für das Landau-Symbol \mathcal{O} sind korrekt?

- $|x| = \mathcal{O}(1)$ für $x \rightarrow 0$
- $\ln x = \mathcal{O}(x)$ für $x \rightarrow \infty$
- $x = \mathcal{O}(\ln(1+x))$ für $x \rightarrow 0$
- $x^p = \mathcal{O}(e^x)$ für $x \rightarrow \infty$ und alle $p \geq 0$
- $x^\alpha = \mathcal{O}(x^\beta)$ für $x \searrow 0$ und alle $\alpha > \beta$

MC 2-3

Es sei $\mathbb{M}(b, m, r, R)$ die Menge der Maschinenzahlen laut Vorlesung/Buch. Es sei x_{min} bzw. x_{max} die kleinste bzw. größte (strikt) positive Zahl in $\mathbb{M}(b, m, r, R)$. Welche der folgenden Formeln sind korrekt?

- $x_{min} = b^{r-1}$
- $x_{min} = b^r$
- $x_{max} = b^R$
- $x_{max} = (1 - b^{-m}) b^R$

MC 2-4

Für $\Delta \in \{+, -, \times, \div\}$ sei \ominus die zugehörige Gleitpunktoperation (im Rechner) und eps die Maschinengenauigkeit aus der Vorlesung/Buch. Mit $\mathbb{M}(b, m, r, R)$ werde die Menge der Maschinenzahlen laut Vorlesung/Buch bezeichnet. Welche der folgenden Aussagen sind für **alle** $x, y \in \mathbb{M}(b, m, r, R)$ und für **alle** $\Delta \in \{+, -, \times, \div\}$ korrekt?

- $\left| \frac{(x \ominus y) - (x \Delta y)}{(x \Delta y)} \right| \leq eps$
- $x \ominus y = (x \Delta y) \cdot (1 + \overline{eps})$ für $|\overline{eps}| \leq eps$
- $x \ominus y = (x \Delta y)$
- $x \ominus y \neq (x \Delta y)$ für **alle** $x, y \in \mathbb{M}(b, m, r, R)$ mit $x \approx -y$
- $\left| \frac{(x \oplus y) - (x + y)}{(x + y)} \right| \gg eps$

MC 2-5

Wir nehmen an, ein Rechenwerk arbeite mit 3-stelliger Dualarithmetik und mindestens einer zusätzlichen Stelle (nur) im Rechenwerk. Wie lautet das Ergebnis von $0.101_2^3 - 0.111_2^2$?

- 0.110_2^1
- 0.100_2^3
- 0.111_2^2
- 0.011_2^3

MC 2-6

Es seien $a, b, c \in \mathbb{R}$ so, dass die Gleichung $ax^2 + bx + c = 0$ zwei reelle Nullstellen habe, deren Abstand $\gg \epsilon$ ist. Welche der folgenden Algorithmen berechnen beide Nullstellen auf stabile Weise?

- $x_1 = -\frac{b}{2a} - \sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}} \quad x_2 = (c/a)/x_1 \quad \text{für } a < 0, b > 0$
- $x_1 = -\frac{b}{2a} + \sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}} \quad x_2 = (c/a)/x_1 \quad \text{für } a < 0, b > 0$
- $x_1 = -\frac{b}{2a} - \sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}} \quad x_2 = (c/a)/x_1 \quad \text{für } a < 0, b < 0$
- $x_1 = -\frac{b}{2a} + \sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}} \quad x_2 = (c/a)/x_1 \quad \text{für } a < 0, b < 0$

MC 2-7

Kreuzen Sie alle richtigen Aussagen an:

- Die Konditionszahl einer Funktion gibt an, wie stark sich Eingabefehler verstärken, auch wenn man exakte Arithmetik zur Auswertung benutzt.
- Die Konditionszahl einer Funktion gibt an, wie stark sich Eingabefehler aufgrund von Instabilitäten im verwendeten Algorithmus verstärken.
- Ein stabiler Algorithmus impliziert eine gute Kondition.

MC 2-8

Welche der folgenden Abbildungen liefert eine Norm?

- $\rho : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R} \quad , \quad \rho \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} := |x| - |y|$
- $z \in \mathbb{C} \quad , \quad \rho(z) := \sqrt{z^2}$
- $\rho : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R} \quad , \quad \rho \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} := \max\{10|x|, -2|y|\}$
- $\rho : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R} \quad , \quad \rho \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} := \frac{|x| + |y|}{\sqrt{x^2 + y^2}}$
- $\rho : C^0([0, \infty), \mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R} \quad , \quad \rho(f) := \max_{x \geq 0} \{e^{-x} |f(x)|\}$

MC 2-9

Die Darstellung der Zahl $25\frac{1}{2}$ im binären Maschinenzahlensystem mit Mantissenlänge 6 ist:

- $0.110101 \cdot 2^{101}$
- $0.110011 \cdot 2^{110}$
- $0.100111 \cdot 2^{101}$
- $0.110011 \cdot 2^{101}$

MC 2-10

Die Darstellung der Zahl $30\frac{1}{8}$ im binären Maschinenzahlensystem mit Mantissenlänge 6 ist:

- $0.111101 \cdot 2^{101}$
- $0.111100 \cdot 2^{100}$
- $0.111100 \cdot 2^{101}$
- $0.100110 \cdot 2^{101}$

MC 2-11

Sei $f(x) = x \exp(x)$ und $\kappa_{\text{rel}}(x)$ die relative Konditionszahl dieser Funktion. Kreuzen Sie alle korrekten Aussagen an.

- $\kappa_{\text{rel}}(x) = \frac{|x+1|}{x^2}$
- $\kappa_{\text{rel}}(x) = |x+1|$
- $\kappa_{\text{rel}}(x) = \frac{x^2}{|x+1|}$
- $\kappa_{\text{rel}}(x) = \exp(x)$

MC 2-12

Sei $A = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$. Kreuzen Sie alle korrekten Aussagen an.

- $\|A\|_{\infty} = 6$
- $\|A\|_{\infty} = 4$
- $\|A\|_1 = 5$
- $\|A\|_1 = 4$

MC 2-13

Seien A, B beliebige $n \times n$ -Matrizen mit reellen Einträgen. Weiter sei $\|\cdot\|$ eine Matrixnorm. Kreuzen Sie alle korrekten Aussagen an.

- $\|A+B\| \leq \|A\| + \|B\|$
- $\|A-B\| \leq \|A\| - \|B\|$
- $\|\lambda A + \mu B\| \leq \lambda \|A\| + \mu \|B\|, \quad \lambda, \mu \in \mathbb{R}$
- $\|AB\| \leq \|A\| \|B\|$

MC 2-14

Sei $x = \frac{1}{3}, y = \frac{1}{3} + 10^{-10}$. Bei welchen der folgenden Ausdrücke tritt bei der Berechnung Auslöschung auf? Kreuzen Sie alle korrekten Aussagen an.

- $(x+y)(x-y)$
- $x^2 - y^2$
- $x^2 + y^2$
- $\frac{x+y}{x-y}$