Numerische Mathematik I für Ingenieure, SS 2007
Multiple-Choice-Aufgaben

MC 6-1
Sei $F : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$, mit $m > n$. Wir betrachten das (nichtlineare) Ausgleichsproblem $\min_{x\in\mathbb{R}^n} \|F(x)\|_2$. Kreuzen Sie alle korrekten Aussagen an.

- ◯ Das Gauß-Newton-Verfahren lässt sich als Fixpunktiteration formulieren
- ◯ Das Levenberg-Marquardt-Verfahren lässt sich als Fixpunktiteration formulieren.
- ◯ Beim Levenberg-Marquardt-Verfahren hat das linearisierte Ausgleichsproblem in jedem Iterationsschritt stets eine eindeutige Lösung.

MC 6-2
Sei $F : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$, mit $m > n$. Wir betrachten das (nichtlineare) Ausgleichsproblem $\min_{x\in\mathbb{R}^n} \|F(x)\|_2$. Wir nehmen an, daß $\text{Rang}F'(x) = n$ für alle x. Kreuzen Sie alle korrekten Aussagen an.

- ◯ Die Gauß-Newton Methode ist immer lokal quadratisch konvergent.
- ◯ Falls die Gauß-Newton Methode konvergiert, ist die Konvergenz im allgemeinen quadratisch.
- ◯ Falls die Gauß-Newton Methode konvergiert, ist die Konvergenz im allgemeinen nicht schneller als linear.
- ◯ Die Gauß-Newton Methode ist immer konvergent in einer hinreichend kleinen Umgebung eines Minimums.

MC 6-3
Sei $F : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$, mit $m > n$. Wir betrachten das (nichtlineare) Ausgleichsproblem $\min_{x\in\mathbb{R}^n} \|F(x)\|_2$. Kreuzen Sie alle korrekten Aussagen an.
Beim Levenberg-Marquardt-Verfahren wird die Korrektur s^k durch folgende Minimierungsaufgabe festgelegt ($\mu > 0$ ein zu wählender Parameter):

- ◯ Finde $s^k \in \mathbb{R}^n$, so daß
$$\|F'(x^k)s^k + F(x^k)\|_2 + \mu\|s^k\|_2 = \min$$
- ◯ Finde $s^k \in \mathbb{R}^n$, so daß
$$\|F'(x^k)s^k + F(x^k)\|_2^2 + \mu^2\|s^k\|_2^2 = \min$$
- ◯ Finde $s^k \in \mathbb{R}^n$, so daß
$$\left\| \begin{pmatrix} F'(x^k) \\ \mu I \end{pmatrix} s^k + \begin{pmatrix} F(x^k) \\ \emptyset \end{pmatrix} \right\|_2 = \min$$
- ◯ Finde $s^k \in \mathbb{R}^n$, so daß
$$\left\| \begin{pmatrix} F'(x^k) \\ I \end{pmatrix} s^k + \begin{pmatrix} F(x^k) \\ \emptyset \end{pmatrix} \right\|_2 = \min$$

MC 6-4
Sei $F : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ hinreichend oft differenzierbar mit $m > n$ und $x^* \in \mathbb{R}^n$, so dass $\|F(x^*)\|_2 = \min\limits_{x\in\mathbb{R}^n} \|F(x)\|_2$. Sei $\varphi(x) := \frac{1}{2}F(x)^T F(x)$. Kreuzen Sie alle korrekten Aussagen an.

- ◯ $\varphi(x^*) = \min\limits_{x\in\mathbb{R}^n} \|F(x)\|_2$.
- ◯ $\varphi(x^*) = \min\limits_{x\in\mathbb{R}^n} \varphi(x)$.
- ◯ $\nabla\varphi(x^*) = 0$.
- ◯ Die Aufgabe $\min\limits_{x\in\mathbb{R}^n} \varphi(x)$ ist einfacher zu lösen als die Aufgabe $\min\limits_{x\in\mathbb{R}^n} \|F(x)\|_2$.

MC 6-5
Sei $F : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ mit $m > n$. Wir betrachten das (nichtlineare) Ausgleichsproblem $\min\limits_{x\in\mathbb{R}^n} \|F(x)\|_2$. Wir nehmen an, dass $\text{Rang}F'(x) = n$ für alle x. Kreuzen Sie alle korrekten Aussagen an.

- ◯ Ein Gauß-Newton-Verfahren kann nicht mit einer Dämpfungsstrategie kombiniert werden.

- ◯ Lokale Maxima oder Sattelpunkte der Funktion $x \mapsto \|F(x)\|_2^2$ sind für das Gauß-Newton-Verfahren immer abstoßend.
- ◯ Lokale Konvergenz des Gauß-Newton-Verfahren in einer Umgebung eines (lokalen) Minimums x^* ist gesichert, falls $\|F(x^*)\|_2$ hinreichend klein ist.
- ◯ Falls die Gauß-Newton-Methode konvergiert, ist die Konvergenzordnung der Methode im Allgemeinen genau 1.