Numerische Mathematik I für Ingenieure, SS 2007
Multiple-Choice-Aufgaben

MC 2-1
Es sei $\|.\| : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ eine Norm. Welche der folgenden Ungleichungen gelten für alle $x, y \in \mathbb{R}^n$?

- ○ $\|x - y\| \leq \|x\| - \|y\|$
- ○ $\|x - y\| \leq \|x\| + \|y\|$
- ○ $|\,\|x\| - \|y\|\,| \leq \|x\| - \|y\|$
- ○ $\|x\| - \|y\| \leq |\,\|x\| - \|y\|\,|$

MC 2-2
Welche der folgenden Aussagen für das Landau–Symbol $\mathcal{O}$ sind korrekt?

- ○ $|x| = \mathcal{O}(1)$ für $x \to 0$
- ○ $\ln x = \mathcal{O}(x)$ für $x \to \infty$
- ○ $x = \mathcal{O}(\ln(1 + x))$ für $x \to 0$
- ○ $x^p = \mathcal{O}(e^x)$ für $x \to \infty$ und alle $p \geq 0$
- ○ $x^\alpha = \mathcal{O}(x^\beta)$ für $x \searrow 0$ und alle $\alpha > \beta$

MC 2-3
Es sei $\mathbb{M}(b, m, r, R)$ die Menge der Maschinenzahlen laut Vorlesung/Buch. Es sei x_{min} bzw. x_{max} die kleinste bzw. größte (strikt) positive Zahl in $\mathbb{M}(b, m, r, R)$. Welche der folgenden Formeln sind korrekt?

- ○ $x_{min} = b^{r-1}$
- ○ $x_{min} = b^r$
- ○ $x_{max} = b^R$
- ○ $x_{max} = (1 - b^{-m})\, b^R$

MC 2-4
Für $\triangle \in \{+, -, \times, \div\}$ sei $\bigcirc\!\!\!\!\triangle$ die zugehörige Gleitpunktoperation (im Rechner) und *eps* die Maschinengenauigkeit aus der Vorlesung/Buch. Mit $\mathbb{M}(b, m, r, R)$ werde die Menge der Maschinenzahlen laut Vorlesung/Buch bezeichnet. Welche der folgenden Aussagen sind für **alle** $x, y \in \mathbb{M}(b, m, r, R)$ und für **alle** $\triangle \in \{+, -, \times, \div\}$ korrekt?

- ○ $\left|\dfrac{(x \bigcirc\!\!\!\!\triangle\, y) - (x \triangle y)}{(x \triangle y)}\right| \leq eps$
- ○ $x \bigcirc\!\!\!\!\triangle\, y = (x \triangle y) \cdot (1 + \overline{eps}$ für $|\overline{eps}| \leq eps$
- ○ $x \bigcirc\!\!\!\!\triangle\, y = (x \triangle y)$
- ○ $x \bigcirc\!\!\!\!\triangle\, y \neq (x \triangle y)$ und für **alle** $x, y \in \mathbb{M}(b, m, r, R)$ mit $x \approx -y$
- ○ $\left|\dfrac{(x \bigoplus y) - (x + y)}{(x + y)}\right| \gg eps$

MC 2-5
Wir nehmen an, ein Rechenwerk arbeite mit 3–stelliger Dualarithmetik und mindestens einer zusätzlichen Stelle (nur) im Rechenwerk. Wie lautet das Ergebnis von $0.101\ 2^3\ -\ 0.111\ 2^2$?

- ○ $0.110\ 2^1$
- ○ $0.100\ 2^3$
- ○ $0.111\ 2^2$
- ○ $0.011\ 2^3$

MC 2-6

Es seien $a, b, c \in \mathbb{R}$ so, dass die Gleichung $ax^2 + bx + c = 0$ zwei reelle Nullstellen habe, deren Abstand $\gg$ *eps* ist. Welche der folgenden Algorithmen berechnen beide Nullstellen auf stabile Weise?

- ○ $x_1 = -\frac{b}{2a} - \sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}} \qquad x_2 = (c/a)/x_1 \quad \text{für} \quad a < 0,\ b > 0$
- ○ $x_1 = -\frac{b}{2a} + \sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}} \qquad x_2 = (c/a)/x_1 \quad \text{für} \quad a < 0,\ b > 0$
- ○ $x_1 = -\frac{b}{2a} - \sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}} \qquad x_2 = (c/a)/x_1 \quad \text{für} \quad a < 0,\ b < 0$
- ○ $x_1 = -\frac{b}{2a} + \sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}} \qquad x_2 = (c/a)/x_1 \quad \text{für} \quad a < 0,\ b < 0$

MC 2-7

Kreuzen Sie alle richtigen Aussagen an:

- ○ Die Konditionszahl einer Funktion gibt an, wie stark sich Eingabefehler verstärken, auch wenn man exakte Arithmetik zur Auswertung benutzt.
- ○ Die Konditionszahl einer Funktion gibt an, wie stark sich Eingabefehler aufgrund von Instabilitäten im verwendeten Algorithmus verstärken.
- ○ Ein stabiler Algorithmus impliziert eine gute Kondition.

MC 2-8

Welche der folgenden Abbildungen liefert eine Norm?

- ○ $\rho : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} \quad , \quad \rho\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} := |x| - |y|$
- ○ $z \in \mathbb{C} \quad , \quad \rho(z) := \sqrt{z^2}$
- ○ $\rho : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} \quad , \quad \rho\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} := \max\{10|x|, -2|y|\}$
- ○ $\rho : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} \quad , \quad \rho\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} := \frac{|x| + |y|}{\sqrt{x^2 + y^2}}$
- ○ $\rho : C^0\left([0, \infty), \mathbb{R}\right) \to \mathbb{R} \quad , \quad \rho(f) := \max_{x \geq 0} \left\{ e^{-x} \left| f(x) \right| \right\}$