Aufgrund von Datenfehlern (oder Eingabefehlern) wird die Lösung $x \in \mathbb{R}^n$ des linearen Gleichungssystems

$$Ax = b$$

approximiert durch die numerische Lösung $y \in \mathbb{R}^n$ des gestörten Gleichungssystems

$$\tilde{A}y = \tilde{b}.$$

Falls $\kappa(A) \cdot r_A < 1$ kann der relative Fehler r_x in der Lösung durch

$$r_x \leq \frac{\kappa(A)}{1 - \kappa(A) \cdot r_A}(r_A + r_b)$$

abgeschätzt werden, wobei

$$r_A = \frac{\| A - \tilde{A} \|}{\| A \|}, \qquad r_b = \frac{\| b - \tilde{b} \|}{\| b \|}, \qquad r_x = \frac{\| x - y \|}{\| x \|}.$$

Falls nur die rechte Seite gestört ist (d.h. $r_A = 0$) ergibt sich die Abschätzung

$$r_x \leq \kappa(A)\, r_b$$

d.h. der relative Fehler in der Lösung lässt sich durch das Vielfache

$$\kappa(A) := \|A\|\|A^{-1}\|$$

des relativen Fehlers der rechten Seite abschätzen.

- Laplace: $A_{i,i} = 2, \quad A_{i-1,i} = A_{i,i+1} = -1, \quad$ sonst $A_{i,j} = 0$.
- Lehmer: $A_{i,j} = A_{j,i} = \frac{i}{j} \quad$ für $j \geq i$.
- Pascal: $A_{i,1} = A_{1,i} = 1, \quad A_{i,j} = A_{i-1,j} + A_{i,j-1} \quad$ für $i, j > 1$.
- Hilbert: $A_{i,j} = \frac{1}{i+j-1}$.