

Numerische Mathematik I für Ingenieure SS10

Verständnisfragen - Übung 2

VF-Ü2-1: Es sei $\mathbb{M}(b, m, r, R)$ die Menge der Maschinenzahlen mit Basis $b \in \mathbb{N}$, Mantissenlänge $m \in \mathbb{N}$, Exponent $e \in \mathbb{Z}$ mit $r \leq e \leq R$, und relativer Maschinengenauigkeit $\text{eps} := \frac{b^{1-m}}{2}$. Ferner seien x_{MIN} die kleinste und x_{MAX} die größte Maschinenzahl sowie $\text{fl} : [x_{\text{MIN}}, x_{\text{MAX}}] \rightarrow \mathbb{M}(b, m, r, R)$ die Standardrundungsabbildung. Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch.		
1.	fl(x) - x ≤ eps für alle $x \in [x_{\text{MIN}}, x_{\text{MAX}}]$.	
2.	$\left \frac{\text{fl}(x) - x}{x} \right \leq \text{eps}$ für alle $x \in [x_{\text{MIN}}, x_{\text{MAX}}]$, $x \neq 0$.	
3.	Für jedes $x \in [x_{\text{MIN}}, x_{\text{MAX}}]$ existiert eine Zahl ε mit $ \varepsilon \leq \text{eps}$ und $\text{fl}(x) = (1 + \varepsilon)x$.	
4.	Für jedes $x \in [x_{\text{MIN}}, x_{\text{MAX}}]$ existiert eine Zahl ε mit $ \varepsilon \leq \text{eps}$ und $\text{fl}(x) = x + \varepsilon$.	

VF-Ü2-2: Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch.		
1.	Die Multiplikation zweier von Null verschiedener Zahlen ist stets gut konditioniert.	
2.	Die Konditionszahl einer Funktion ist stets größer als 1.	
3.	Eine gute Kondition eines Problems induziert eine geringe Fehlerfortpflanzung in einem Lösungsverfahren.	
4.	Die Funktion $f(x, y) := x + y$ ist gut konditioniert für alle $x > 0, y > 0$.	

VF-Ü2-3: Es sei $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ mit $\det(A) \neq 0$, und $\kappa_2(A)$ bezeichne die Konditionszahl der Matrix A bezüglich der Euklidischen Norm. Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch.		
1.	$\kappa_2(A) \geq 1$.	
2.	$\kappa_2(\alpha A) = \kappa_2(A)$ für alle $\alpha \in \mathbb{R}, \alpha \neq 0$.	
3.	$\kappa_2(A^{-1}) = \kappa_2(A)^{-1}$.	
4.	$\kappa_2(A) = 1$ falls A orthogonal ist.	