

Numerische Mathematik I für Ingenieure SS10

Verständnisfragen – Übung 3

VF-1: Es seien $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ regulär, $b \in \mathbb{R}^n$ und gesucht sei die Lösung $x \in \mathbb{R}^n$ von $Ax = b$. Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!		
1.	Der Aufwand für das Rückwärtseinsetzen ist etwa $\frac{1}{2}n^2$ Operationen.	
2.	Sei \tilde{x} eine Annäherung an x und $\tilde{r} = b - A\tilde{x}$ das zugehörige Residuum. Dann gilt: $\ x - \tilde{x}\ \cdot \ b\ \leq \kappa(A) \cdot \ x\ \cdot \ \tilde{r}\ $	
3.	$\kappa_2(A) > 0$	
4.	Sei \tilde{x} eine Annäherung an x und $\tilde{r} = b - A\tilde{x}$ das zugehörige Residuum. Dann gilt: $\ x - \tilde{x}\ \cdot \ b\ \leq \kappa(A^{-1}) \cdot \ x\ \cdot \ \tilde{r}\ $	

VF-2: Sei $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ beliebig. Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!		
1.	$\ A\ _\infty = \ A^T\ _1$	
2.	Falls A invertierbar ist, gilt $\ AA^{-1}\ = \ A\ \ A^{-1}\ $.	
3.	$\kappa(A) = 1 \Rightarrow A = I$	
4.	$\kappa(A) = \ A\ \ A^T\ $	

VF-3: Für $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ mit $\det(A) \neq 0$ und $a, b, \Delta b, x, \Delta x \in \mathbb{R}^n$ mit $b \neq 0$ sei x die Lösung von $Ax = b$ und $x + \Delta x$ die Lösung von $A(x + \Delta x) = b + \Delta b$. Es sei $\ \cdot\ $ eine Vektornorm auf \mathbb{R}^n bzw. die zugehörige Matrix-Norm auf $\mathbb{R}^{n \times n}$. Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!		
1.	$\frac{\ \Delta b\ }{\ b\ } \leq \ A\ \cdot \ A^{-1}\ \frac{\ \Delta x\ }{\ x\ }$	
2.	$\frac{\ \Delta x\ }{\ x\ } \leq \ A\ \cdot \ A^{-1}\ \frac{\ \Delta b\ }{\ b\ }$	
3.	$\frac{\ \Delta x\ }{\ x\ } \leq \ A\ \cdot \ A\ ^{-1} \frac{\ \Delta b\ }{\ b\ }$	
4.	$\ \Delta x\ \leq \ A^{-1}\ \ \Delta b\ $	