

Numerische Mathematik I für Ingenieure SS10

Verständnisfragen – Übung 6

VF-1: Sei $v \in \mathbb{R}^n$ und $Q_v = I - 2 \frac{v v^T}{v^T v}$ die entsprechende Householder-Transformation. Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!	
1.	$\ Q_v x\ _2 = \ x\ _2$ für alle $x \in \mathbb{R}^n$.
2.	Q_v ist symmetrisch.
3.	$Q_v v = -v$.
4.	Q_v ist symmetrisch positiv definit.

VF-2: Es seien $Q \in \mathbb{R}^{m \times m}$ eine orthogonale Matrix, $R \in \mathbb{R}^{m \times n}$ eine obere Dreiecksmatrix und $A = QR$. Ferner bezeichne $\kappa_2(A)$ die Konditionszahl der Matrix A bezüglich der Euklidischen Norm. Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!	
1.	Ist $m = n$ und $\det(A) \neq 0$, so gilt $A^{-1} = R^T Q^T$.
2.	Ist $m = n$ und $\det(A) \neq 0$, so gilt $\kappa_2(A) = \kappa_2(R)$.
3.	Nicht alle $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ besitzen eine QR -Zerlegung.
4.	Eine QR -Zerlegung kann man stets auf stabile Weise mittels Gauß-Elimination mit Spaltenpivotisierung bestimmen.

VF-3: Es seien $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ und $b \in \mathbb{R}^m$ mit $\text{Rang}(A) = n$. Weiter sei $Q \in \mathbb{R}^{m \times m}$ eine orthogonale Matrix und $R \in \mathbb{R}^{m \times n}$ eine obere Dreiecksmatrix, so dass $QA = R$ gilt. Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!	
1.	$\ Ax - b\ _2 = \ Rx - Qb\ _2$ für alle $x \in \mathbb{R}^n$.
2.	$\ Ax - b\ _2 = \ QRx - b\ _2$ für alle $x \in \mathbb{R}^n$.
3.	Die Matrix R kann man mittels Givens-Rotationen bestimmen.
4.	Die Matrix R kann man mittels Gauß-Elimination bestimmen.