

Numerische Mathematik I für Ingenieure SS10

Verständnisfragen – Übung 9

VF-1: Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!		
1.	Sei $\Phi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ eine differenzierbare Iterationsvorschrift und x^* ein Fixpunkt, d.h. $\Phi(x^*) = x^*$. Dann gilt: $ \Phi'(x^*) < 1$.	
2.	Es sei $\Phi(x)$ eine Funktion auf dem Intervall $[a, b]$, die die Voraussetzungen des Banachschen Fixpunktsatzes erfüllt. Außerdem gilt $\Phi(x^*) = x^*$ für ein $x^* \in [a, b]$ mit $x^* \neq 0$. Dann konvergiert das Newtonverfahren, angewendet auf $\Phi(x)$ immer für alle Startwerte $x_0 \in [a, b]$ gegen x^* .	
3.	Die Konvergenzordnung des Regula-Falsi-Verfahrens ist ungefähr 1.6.	
4.	Das vereinfachte Newton-Verfahren ist global konvergent mit Konvergenzordnung 1.	

VF-2: Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!		
1.	Das vereinfachte Newton-Verfahren ist ein Fixpunktverfahren.	
2.	Das Bisektionsverfahren ist ein Fixpunktverfahren.	
3.	Das Newton-Verfahren ist ein Fixpunktverfahren.	
4.	Das Sekanten-Verfahren ist ein Fixpunktverfahren.	

VF-3: Es sei $\Phi : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ stetig differenzierbar und x^* so, dass $\Phi(x^*) = x^*$ gilt. Für $x_0 \in \mathbb{R}^n$ wird die Fixpunktiteration $x_{k+1} = \Phi(x_k)$, $k = 0, 1, 2, \dots$ definiert. Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!		
1.	Die Konvergenzordnung der Fixpunktiteration ist in der Regel 1 und maximal 2.	
2.	Falls $\ \Phi'(x^*)\ _2 < 1$ gilt, so konvergiert die Fixpunktiteration für alle Startwerte mit $\ x_0 - x^*\ _2$ hinreichend klein.	
3.	$\ \Phi'(x^*)\ _2 > 1$ ist hinreichend dafür, dass kein $x_0 \neq x^*$ mit $\lim_{k \rightarrow \infty} x_k = x^*$ existiert.	
4.	Die Regula Falsi ist ein Fixpunktverfahren.	