Numerische Mathematik I für Ingenieure SS10
Verständnisfragen – Hausübung 10

VF-1: Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!		
1.	Beim vereinfachten Newton-Verfahren für Systeme muss im gesamten Verfahren nur eine LR-Zerlegung berechnet werden.	
2.	Die Iterierten des eindimensionalen Newton-Verfahrens bilden, wenn das Verfahren konvergiert, stets eine monotone Folge.	
3.	Es sei $f \in C^2(\mathbb{R})$ und x^* eine mehrfache Nullstelle von f. Dann konvergiert das Newton-Verfahren lokal quadratisch gegen x^*.	
4.	Das Newton-Verfahren für Systeme kann man als eine Fixpunktiteration auffassen.	

VF-2: Mit $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ betrachten wir das Nullstellenproblem $f(x^*) = 0$. Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!		
1.	Das vereinfachte Newton-Verfahren benötigt die Ableitung f' (Jacobi-Matrix) nicht.	
2.	Falls das Newton-Verfahren für den gewählten Startwert konvergiert, konvergiert das gedämpfte Newton-Verfahren für denselben Startwert auch.	
3.	Das Sekantenverfahren erlaubt nur die Dimension $n = 1$.	
4.	Ist $\{x_k\}_{k\in\mathbb{N}}$ die Iterationsfolge des Sekantenverfahrens mit der Dimension $n = 1$, so gilt $x^* \in [\min\{x_k, x_{k+1}\}, \max\{x_k, x_{k+1}\}]$.	

VF-3: Es sei $\Phi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ stetig differenzierbar und x^* so, dass $\Phi(x^*) = x^*$ gilt. Für $x_0 \in \mathbb{R}$ wird die Fixpunktiteration $x_{k+1} = \Phi(x_k),\ k = 0, 1, 2, \dots$ definiert. Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!		
1.	Falls $\Phi'(x^*) < 0$ gilt, so existiert kein $x_0 \neq x^*$ mit $\lim_{k\to\infty} x_k = x^*$.	
2.	Falls $\lvert\Phi'(x^*)\rvert < 1$ gilt, so konvergiert die Fixpunktiteration für alle Startwerte mit $\lvert x_0 - x^*\rvert$ hinreichend klein.	
3.	Die Konvergenzordnung der Fixpunktiteration ist in der Regel größer als 1.	
4.	Falls $\Phi'(x^*) = 0$ gilt, so konvergiert die Fixpunktiteration für alle Startwerte mit $\lvert x_0 - x^*\rvert$ hinreichend klein, und die Konvergenzordnung ist größer als 1.	

VF-4: Sei $F : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$, mit $m > n$. Wir betrachten das (nichtlineare) Ausgleichsproblem $\min_{x\in\mathbb{R}^n} \lVert F(x)\rVert_2$. Wir nehmen an, dass $\operatorname{Rang}(F'(x)) = n$ für alle x. Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!		
1.	Die Gauß-Newton Methode ist immer lokal quadratisch konvergent.	
2.	Falls die Gauß-Newton Methode konvergiert, ist die Konvergenz im allgemeinen quadratisch.	
3.	Falls die Gauß-Newton Methode konvergiert, ist die Konvergenz im allgemeinen nicht schneller als linear.	
4.	Die Gauß-Newton Methode ist immer konvergent in einer hinreichend kleinen Umgebung eines Minimums.	