Numerische Mathematik I für Ingenieure SS10
Verständnisfragen – Übung 10

VF-1: Das skalare bzw. mehrdimensionale Nullstellenproblem $f(x) = 0$ soll iterativ gelöst werden. Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!		
1.	Bei mehrdimensionalen Problemen erfordert das Newton-Verfahren in jedem Iterationsschritt das Lösen eines linearen Gleichungssystems.	
2.	Während beim Newtonverfahren in jedem Schritt ein neues lineares Gleichungssystem gelöst werden muss, ändert sich beim vereinfachten Newtonverfahren nur die rechte Seite $-f(x^k)$.	
3.	Das vereinfachte Newton-Verfahren trägt seinen Namen, weil es stets ohne die Lösung eines linearen Gleichungssystems auskommt.	
4.	Beim Newton-Verfahren ist x^{k+1} die Nullstelle der quadratischen Näherung an die Funktion f im Punkt x^k.	

VF-2: Es sei $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ zweimal stetig differenzierbar in einer Umgebung U von x^* und es gelte $f(x^*) = 0$. Wir betrachten die Newton-Methode zur Bestimmung von x^*: $$x_0 \in U, \qquad x_{k+1} = x_k - \left(f'(x_k)\right)^{-1} f(x_k) \quad \text{für } k \geq 0.$$ Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!		
1.	Die Newton-Methode ist immer lokal quadratisch konvergent.	
2.	Die Newton-Methode ist nur lokal quadratisch konvergent, falls man die Berechnung von $\left(f'(x_k)\right)^{-1}$ vermeidet.	
3.	Wenn $f'(x)$ für alle $x \in U$ regulär ist und das Newton-Verfahren konvergiert, dann gilt für genügend große k's : $\lvert\lvert x_k - x^*\rvert\rvert \approx \lvert\lvert x_k - x_{k+1}\rvert\rvert$.	
4.	Die Konvergenzgeschwindigkeit des Newton-Verfahrens kann durch Verwendung orthogonaler Transformationen zur Lösung des auftretenden Gleichungssystems beschleunigt werden.	

VF-3: Beim Newton–Verfahren wird oft eine Dämpfungsstrategie benutzt. Diese dient dazu: (Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!)		
1.	die Konvergenzordnung des Verfahrens zu verbessern.	
2.	globale Konvergenz des Verfahrens zu gewährleisten.	
3.	den Einzugsbereich des Verfahrens zu vergrößern.	
4.	den Rechenaufwand pro Iteration zu dämpfen.	

VF-4: Es seien $F : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ mit $m > n$ und $x^* \in \mathbb{R}^n$ eine Lösung des zugehörigen nichtlinearen Ausgleichsproblems $\|F(x)\|_2 \to \min$ sowie $\phi(x) := \frac{1}{2}F(x)^T F(x)$. Dann gilt: (Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!)		
1.	$\phi(x^*) = \min_{x\in\mathbb{R}^n} \phi(x)$.	
2.	Die Gauß-Newton-Methode zur Lösung des nichtlinearen Ausgleichsproblems kann als Fixpunktiteration geschrieben werden mit der Iterationsfunktion $\mathbf{\Phi}(x) := x - \left(F'(x)^T F'(x)\right)^{-1} \nabla\phi(x)$.	
3.	Falls die Gauß-Newton-Methode konvergiert, dann konvergiert sie lokal quadratisch.	
4.	Lokale Maxima und Sattelpunkte sind für die Gauß-Newton-Methode abstoßend.	