

Numerische Mathematik I für Ingenieure SS11

Verständnisfragen – Hausübung 5

VF-1: Es seien $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ regulär, $b \in \mathbb{R}^n$ und gesucht sei die Lösung $x \in \mathbb{R}^n$ von $Ax = b$. Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!		
1.	Durch Pivotisierung kann die Stabilität der LR-Zerlegung verbessert werden.	wahr
2.	Pivotisierung verbessert die Kondition des linearen Gleichungssystems.	falsch
3.	Zeilenäquilibrierte Matrizen sind immer gut konditioniert.	falsch
4.	Das Cholesky-Verfahren ist nur mit Pivotisierung stabil.	falsch

VF-2: Es seien $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ beliebig aber regulär, $b \in \mathbb{R}^n$ und gesucht sei die Lösung $x \in \mathbb{R}^n$ von $Ax = b$.		
1.	Es sei $\kappa(A)$ die Konditionszahl der Matrix A . Es gilt $\kappa(A) = \kappa(A^{-1})$.	wahr
2.	Es sei \tilde{x} die Lösung des gestörten Problems $A\tilde{x} = \tilde{b}$ und $\kappa(A)$ die Konditionszahl der Matrix A bezüglich $\ \cdot\ $. Es gilt $\ \tilde{x} - x\ \leq \kappa(A)\ \tilde{b} - b\ $.	falsch
3.	Zu A existiert eine eindeutige Zerlegung $A = LR$.	falsch
4.	Das Lösen des Gleichungssystems über LR-Zerlegung ohne Pivotisierung aber mit Zeilenäquilibrierung ist ein stabiles Verfahren.	falsch

VF-3: Es sei $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ beliebig aber regulär.		
1.	Sei $\kappa(A)$ die Konditionszahl der Matrix A . Es gilt $\kappa(A^2) = \kappa(A)^2$.	falsch
2.	Sei A symmetrisch. Dann gilt $\ A\ _\infty = \ A\ _1$.	wahr
3.	Sei D_z die Diagonalmatrix mit Diagonaleinträgen definiert durch $d_i = \left(\sum_{j=1}^n a_{ij} \right)^{-1}$. Für die Skalierung mit D_z gilt: $\kappa_\infty(D_z A) \leq \kappa_\infty(D A)$ für jede reguläre Diagonalmatrix D .	wahr
4.	Zu A existiert eine Zerlegung $A = LR$, mit einer normierten unteren Dreiecksmatrix L und einer oberen Dreiecksmatrix R .	falsch

VF-4: Es seien $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ beliebig aber regulär, $b \in \mathbb{R}^n$ und gesucht sei die Lösung $x \in \mathbb{R}^n$ von $Ax = b$.		
1.	Sei $\kappa(A)$ die Konditionszahl der Matrix A . Bei Störung der Eingabedaten A und b ist der relative Fehler in der Lösung maximal um einen Faktor $\kappa(A)$ größer als der relative Eingabefehler.	falsch
2.	Sei A zusätzlich symmetrisch positiv definit. Für die Cholesky-Zerlegung $A = LDL^T$ gilt dann: $\det(L) = 1$ und $\det(D) > 0$.	wahr
3.	Der Rechenaufwand der Gauß-Elimination mit Spaltenpivotisierung zur Bestimmung der Lösung x ist etwa $\frac{4}{3}n^3$ Operationen.	falsch
4.	Sei \tilde{x} eine Annäherung von x und $\tilde{r} := b - A\tilde{x}$. Dann gilt: $\ \tilde{x} - x\ \leq \ A^{-1}\ \ \tilde{r}\ $.	wahr