

**Aufgabe 1**

a) Es sei

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -3 & 0 & 9 \\ -3 & 5 & 4 & -9 \\ 0 & 4 & 17 - \alpha^2 & 0 \\ 9 & -9 & 0 & 31 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie die Cholesky-Zerlegung  $A = L D L^T$ . Geben Sie die Matrizen  $L$  und  $D$  explizit an.  
(Berechnung über  $LR$ -Zerlegung gibt 0 Punkte!)

b) Für welche Werte von  $\alpha$  ist  $A$  positiv definit?c) Für welche Werte von  $\alpha$  ist  $A^T A$  positiv definit?d) Bestimmen Sie die Determinante von  $A$  für  $\alpha = 2$ .

e) Es sei nun

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} -2 \\ 12 \\ 36 \\ -24 \end{pmatrix}.$$

Lösen Sie das lineare Gleichungssystem  $L D L^T x = b$ .  
(Berechnung über  $LR$ -Zerlegung gibt 0 Punkte)