

Numerische Mathematik I für Ingenieure SS11

Verständnisfragen – Übung 3

VF-1: Es sei $\mathbb{M}(b, m, r, R)$ die Menge der Maschinenzahlen (gem. Vorlesung/Buch) mit Basis $b \in \mathbb{N}$, Mantissenlänge $m \in \mathbb{N}$, Exponent $e \in \mathbb{Z}$ mit $r \leq e \leq R$, und relativer Maschinengenauigkeit $\text{eps} := \frac{b^{1-m}}{2}$. Ferner sei $\text{fl} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{M}(b, m, r, R)$ die Standardrundungsabbildung. Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch.

1.	$ \text{fl}(x) - x \leq \text{eps}$ für alle $x \in \mathbb{R}$.	
2.	$\left \frac{\text{fl}(x) - x}{x} \right \leq \text{eps}$ für alle $x \in \mathbb{R}, x \neq 0$.	
3.	Für jedes $x \in \mathbb{R}$ existiert eine Zahl ε mit $ \varepsilon \leq \text{eps}$ und $\text{fl}(x) = (1 + \varepsilon)x$.	
4.	Für jedes $x \in \mathbb{R}$ existiert eine Zahl ε mit $ \varepsilon \leq \text{eps}$ und $\text{fl}(x) = x + \varepsilon$.	

VF-2: Sei $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ beliebig. Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!

1.	$\ A\ _\infty = \ A^T\ _1$	
2.	Falls A invertierbar ist, gilt $\ AA^{-1}\ = \ A\ \ A^{-1}\ $.	
3.	$\kappa(A) = 1 \Rightarrow A = I$	
4.	$\kappa(A) = \ A\ \ A^T\ $	

VF-3: Für $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ mit $\det(A) \neq 0$ und $a, b, \Delta b, x, \Delta x \in \mathbb{R}^n$ mit $b \neq 0$ sei x die Lösung von $Ax = b$ und $x + \Delta x$ die Lösung von $A(x + \Delta x) = b + \Delta b$. Es sei $\|\cdot\|$ eine Vektornorm auf \mathbb{R}^n bzw. die zugehörige Matrix-Norm auf $\mathbb{R}^{n \times n}$. Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!

1.	$\frac{\ \Delta b\ }{\ b\ } \leq \ A\ \cdot \ A^{-1}\ \frac{\ \Delta x\ }{\ x\ }$	
2.	$\frac{\ \Delta x\ }{\ x\ } \leq \ A\ \cdot \ A^{-1}\ \frac{\ \Delta b\ }{\ b\ }$	
3.	$\frac{\ \Delta x\ }{\ x\ } \leq \ A\ \cdot \ A\ ^{-1} \frac{\ \Delta b\ }{\ b\ }$	
4.	$\ \Delta x\ \leq \ A^{-1}\ \ \Delta b\ $	