Numerische Mathematik I für Ingenieure SS11
Verständnisfragen – Übung 7

VF-1: Es seien $\mathbf{0} \neq v \in \mathbb{R}^n$ und $Q_v = I - 2\,\dfrac{v\,v^T}{v^T v}$ die entsprechende Householder-Transformation. Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!

1.	$\|Q_v x\|_2 = \|x\|_2$ für alle $x \in \mathbb{R}^n$.	
2.	Q_v ist symmetrisch.	
3.	$Q_v v = -v$.	
4.	Q_v ist symmetrisch positiv definit.	

VF-2: Es seien $Q \in \mathbb{R}^{m\times m}$ eine orthogonale Matrix, $R \in \mathbb{R}^{m\times n}$ eine obere Dreiecksmatrix und $A = Q\,R$. Ferner bezeichne $\kappa_2(A)$ die Konditionszahl der Matrix A bezüglich der Euklidischen Norm. Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!

1.	Ist $m = n$ und $\det(A) \neq 0$, so gilt $A^{-1} = R^T Q^T$.	
2.	Ist $m = n$ und $\det(A) \neq 0$, so gilt $\kappa_2(A) = \kappa_2(R)$.	
3.	Nicht alle $A \in \mathbb{R}^{m\times n}$ besitzen eine QR-Zerlegung.	
4.	Eine QR-Zerlegung kann man stets auf stabile Weise mittels Gauß-Elimination mit Spaltenpivotisierung bestimmen.	

VF-3: Es seien $A \in \mathbb{R}^{m\times n}$ und $b \in \mathbb{R}^m$ mit $\mathrm{R}ang(A) = n$. Weiter sei $Q \in \mathbb{R}^{m\times m}$ eine orthogonale Matrix und $R \in \mathbb{R}^{m\times n}$ eine obere Dreiecksmatrix, so dass $Q\,A = R$ gilt. Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!

1.	$\|A\,x - b\|_2 = \|R\,x - Q\,b\|_2 \quad$ für alle $x \in \mathbb{R}^n$.	
2.	$\|A\,x - b\|_2 = \|QR\,x - b\|_2 \quad$ für alle $x \in \mathbb{R}^n$.	
3.	Die Matrix R kann man mittels Givens–Rotationen bestimmen.	
4.	Die Matrix R kann man mittels Gauß–Elimination bestimmen.	