

# Numerische Mathematik I für Ingenieure SS12

## Verständnisfragen – Hausübung 2

**VF-1:** Es seien  $x_{\text{MIN}}$  bzw.  $x_{\text{MAX}}$  die kleinste bzw. größte (strikt) positive Zahl sowie eps die relative Maschinengenauigkeit in der Menge  $\mathbb{M}(b, m, r, R)$  der Maschinenzahlen gemäß Vorlesung/Buch und  $\mathbb{D} := [-x_{\text{MAX}}, -x_{\text{MIN}}] \cup [x_{\text{MIN}}, x_{\text{MAX}}]$ . Ferner beschreibe  $\text{fl} : \mathbb{D} \rightarrow \mathbb{M}(b, m, r, R)$  die Standardrundung. Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!

1.	In $\mathbb{M}(10, 3, -8, 8)$ gilt $\left  \frac{\text{fl}(x)-x}{x} \right  = (1 + \varepsilon)x$ mit $ \varepsilon  \leq 10^{-3} \forall x \in \mathbb{D}$ .	
2.	In $\mathbb{M}(10, 4, -8, 8)$ gilt $\text{eps} = 5 \cdot 10^{-4}$ .	
3.	In $\mathbb{M}(10, 3, -8, 8)$ gilt $x_{\text{MIN}} = 10^{-8}$ .	
4.	In $\mathbb{M}(10, 4, -8, 8)$ gilt $x_{\text{MAX}} = 99990000$ .	

**VF-2:** Es seien  $x_{\text{MIN}}$  bzw.  $x_{\text{MAX}}$  die kleinste bzw. größte (strikt) positive Zahl sowie eps die relative Maschinengenauigkeit in der Menge  $\mathbb{M}(b, m, r, R)$  der Maschinenzahlen gemäß Vorlesung/Buch und  $\mathbb{D} := [-x_{\text{MAX}}, -x_{\text{MIN}}] \cup [x_{\text{MIN}}, x_{\text{MAX}}]$ . Ferner beschreibe  $\text{fl} : \mathbb{D} \rightarrow \mathbb{M}(b, m, r, R)$  die Standardrundung. Alle Zahlenangaben sind im 10er-System. Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!

1.	In $\mathbb{M}(7, 3, -10, 10)$ gilt $\left  \frac{\text{fl}(x)-x}{x} \right  \leq \frac{1}{98} \forall x \in \mathbb{D}$ .	
2.	In $\mathbb{M}(100, 4, -8, 8)$ gilt $x_{\text{MIN}} = 10^{-10}$ .	
3.	In $\mathbb{M}(5, 8, -2, 9)$ gilt $x_{\text{MIN}} = 0.008$ .	
4.	In $\mathbb{M}(3, 2, -4, 3)$ gilt $x_{\text{MAX}} = 18$ .	

**VF-3:** Es seien  $x_{\text{MIN}}$  bzw.  $x_{\text{MAX}}$  die kleinste bzw. größte (strikt) positive Zahl sowie eps die relative Maschinengenauigkeit in der Menge  $\mathbb{M}(b, m, r, R)$  der Maschinenzahlen gemäß Vorlesung/Buch und  $\mathbb{D} := [-x_{\text{MAX}}, -x_{\text{MIN}}] \cup [x_{\text{MIN}}, x_{\text{MAX}}]$ . Ferner beschreibe  $\text{fl} : \mathbb{D} \rightarrow \mathbb{M}(b, m, r, R)$  die Standardrundung. Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!

1.	$ \text{fl}(x) - x  \leq \text{eps}$ für alle $x \in \mathbb{D}$ .	
2.	$\left  \frac{\text{fl}(x)-x}{x} \right  \leq \text{eps}$ für alle $x \in \mathbb{D}$ .	
3.	Für jedes $x \in \mathbb{D}$ existiert eine Zahl $\varepsilon$ mit $ \varepsilon  \leq \text{eps}$ und $\text{fl}(x) = (1 + \varepsilon)x$ .	
4.	Für jedes $x \in \mathbb{D}$ existiert eine Zahl $\varepsilon$ mit $ \varepsilon  \leq \text{eps}$ und $\text{fl}(x) = x + \varepsilon$ .	

**VF-4:** Die Matrix  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  habe (in der betrachteten Matrixnorm) die Konditionszahl  $\kappa(A)$ . Die rechte Seite  $b \in \mathbb{R}^n$  sei mit einem relativen Fehler  $\varepsilon$  behaftet. Bei der Berechnung von  $x := A^{-1}b$  muss man mit einem relativen Fehler in der folgenden Größenordnung rechnen:

1.	$\ A\  \varepsilon$	
2.	$\kappa(A) \varepsilon$	
3.	$\kappa(A^{-1}) \varepsilon$	
4.	$\ A^{-1}\  \varepsilon$	