

Numerische Mathematik I für Ingenieure SS12

Verständnisfragen – Hausübung 3

VF-1: Seien A, B beliebige $n \times n$ -Matrizen mit reellen Einträgen. Weiter sei $\|\cdot\|$ eine Matrixnorm. Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch.

1.	$\ A + B\ \leq \ A\ + \ B\ $.	wahr
2.	$\ A - B\ \leq \ A\ - \ B\ $.	falsch
3.	$\ \lambda A + \mu B\ \leq \lambda \ A\ + \mu \ B\ $, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$.	falsch
4.	$\ AB\ \leq \ A\ \ B\ $.	wahr

VF-2:

1.	Je besser die Kondition eines Problems, desto stabiler sind Algorithmen zur Lösung dieses Problems.	falsch
2.	Bei einem stabilen Algorithmus ist der Ausgabefehler nicht viel größer als der Eingabefehler.	falsch
3.	Die Funktion $f(x) = \ln(x)$ ist gut konditioniert für alle x mit $ x - 1 \ll 1$.	falsch
4.	Die Funktion $f(x, y) = x e^{4y^2}$ ist gut konditioniert für alle (x, y) mit $x^2 + y^2 \leq 0.1$.	wahr

VF-3:

1.	Es seien $x = \frac{1}{3}$ und $y = \frac{1}{3} + \pi 10^{-10}$. Bei der Berechnung von $(x + y)(x - y)$ in $\mathbb{M}(10, 12, -99, 99)$ tritt Auslöschung auf.	wahr
2.	Es seien $x = \frac{1}{3}$ und $y = \frac{1}{3} + \pi 10^{-10}$. Bei der Berechnung von $\sin(x) - \sin(y)$ in $\mathbb{M}(10, 12, -99, 99)$ tritt Auslöschung auf.	wahr
3.	Die Funktion $f(x, y) = x + y$ ist für alle (x, y) mit $(x, y) \neq (0, 0)$ gut konditioniert.	falsch
4.	Es seien $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ beliebig aber regulär und $\kappa(A)$ die Konditionszahl der Matrix A . Dann gilt $\kappa(A^{-1}) = \kappa(A)^{-1}$.	falsch

VF-4: Gegeben sei die Matrix $A = \begin{pmatrix} -2 & 14 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$. Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!

1.	$\ A\ _\infty = 12$	falsch
2.	$\ A\ _1 = 20$.	wahr
3.	A ist regulär.	wahr
4.	Für eine beliebige rechte Seite $b \in \mathbb{R}^2$ besitzt $Ax = b$ eine eindeutige Lösung x .	wahr

VF-5: Gegeben seien die Matrizen A und \tilde{A} mit $\tilde{A} \approx A = \begin{pmatrix} 123 & 0.12 \\ 1.23 & 12.3 \end{pmatrix}$. Alle Zahlen in A sind auf drei signifikante Ziffer gerundet. ΔA sei das größtmögliche Abweichung für $A - \tilde{A}$. Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!

1.	$\ \Delta A\ _1 = 0.505$	wahr
2.	$\ \Delta A\ _\infty = 0.505$	falsch
3.	$\ A\ _1 = 125.23$	falsch
4.	Für den relativen Fehler von A gemessen in der 1-Norm gilt $r_{A1} \approx 0.004$	wahr