Numerische Mathematik I für Ingenieure SS12
Verständnisfragen – Übung 6

VF-1: Es sei $\|.\|$ eine Vektornorm auf $\mathbb{R}^n$ und $\|.\|$ die zugehörige Matrix–Norm. Weiter seien $A, B \in \mathbb{R}^{n\times n}$. Welche der folgenden Aussagen sind korrekt?

1.	$\|A^k\| \leq \|A\|^k$	
2.	Es sei A zusätzlich invertierbar. Dann gilt $\|A^{-1}\| \geq \frac{1}{\|A\|}$	
3.	Es sei A zusätzlich invertierbar. Dann gilt $\|A^{-1}\| = \frac{1}{\inf_{\|x\|=1} \|A\,x\|}$	
4.	$\forall x \in \mathbb{R}^n \ : \ \|A\,x\| = \|A\|\,\|x\|$	
5.	$\|A\,B\| \leq \|A\| \cdot \|B\|$	
6.	$\forall x \in \mathbb{R}^n \ : \ \|A\,x\| \leq \|A\|\,\|x\|$	

VF-2: Es sei $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ eine allgemeine, reguläre Matrix und $x, b \in \mathbb{R}^n$ mit $A\,x = b$. Weiter sei $R \in \mathbb{R}^{n\times n}$ eine reguläre, obere Dreiecksmatrix und $S \in \mathbb{R}^{n\times n}$ eine symmetrische, positiv–definite Matrix. Welche der folgenden Angaben zur Zahl der benötigten Operationen (kurz "Ops") (Zählung wie Vorlesung / Buch) ist korrekt?

1.	Die Lösung von $R\,x = b$ benötigt $\frac{n^3}{3} + \mathcal{O}(n^2)$ Ops	
2.	Die Lösung von $R\,x = b$ benötigt $n^3 + \mathcal{O}(n^2)$ Ops	
3.	Die Lösung von $R\,x = b$ benötigt $\frac{n^2}{2} + \mathcal{O}(n)$ Ops	
4.	Die Lösung von $R\,x = b$ benötigt $n^2 + \mathcal{O}(n)$ Ops	
5.	Die Lösung von $R\,x = b$ benötigt $\frac{n}{2} + \mathcal{O}(1)$ Ops	
6.	Die Lösung von $A\,x = b$ per Gaußelimination benötigt $n^3 + \mathcal{O}(n^2)$ Ops	
7.	Die Lösung von $A\,x = b$ per Gaußelimination benötigt $\frac{n^3}{3} + \mathcal{O}(n^2)$ Ops	
8.	Die Lösung von $S\,x = b$ per Choleskyzerlegung benötigt $n^3 + \mathcal{O}(n^2)$ Ops	
9.	Die Lösung von $S\,x = b$ per Choleskyzerlegung benötigt $\frac{n^3}{3} + \mathcal{O}(n^2)$ Ops	
10.	Die Lösung von $S\,x = b$ per Choleskyzerlegung benötigt $\frac{n^3}{6} + \mathcal{O}(n^2)$ Ops	

VF-3: Es seien $A, B \in \mathbb{R}^{n\times n}$ orthogonale (quadratische) Matrizen, d.h. $A^T A = I$ und $B^T B = I$, wobei I die Einheitsmatrix ist. Weiter bezeichne $\|.\|_2$ die Euklidische Vektornorm, $\|.\|_2$ die zugehörige Matrixnorm und κ_2 die zugehörige Konditionszahl. Welche der folgenden Aussagen sind immer korrekt?

1.	A^T ist orthogonal	
2.	$A\,A^T = I$	
3.	A ist nicht symmetrisch	
4.	A ist symmetrisch	
5.	$A\,B$ ist eine orthogonale Matrix	
6.	Die Spalten von A sind paarweise orthogonal	
7.	Die Zeilen von A sind paarweise orthogonal	
8.	Alle Zeilen und Spalten von A haben die Euklidische Länge 1	
9.	$\|A\,x\|_2 = \|x\|_2 \quad \forall x \in \mathbb{R}^n$	
10.	$\kappa_2(A) = 1$	