Numerische Mathematik I für Ingenieure SS12
Verständnisfragen – Übung 10

VF-1: Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!		
1.	Sei $\Phi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine differenzierbare Iterationsvorschrift und x^* ein Fixpunkt, d.h. $\Phi(x^*) = x^*$. Dann gilt: $\lvert\Phi'(x^*)\rvert < 1$.	
2.	Es sei $\Phi(x)$ eine Funktion auf dem Intervall $[a, b]$, die die Voraussetzungen des Banachschen Fixpunktsatzes erfüllt. Außerdem gilt $\Phi(x^*) = x^*$ für ein $x^* \in [a, b]$ mit $x^* \neq 0$. Dann konvergiert das Newtonverfahren, angewendet auf $\Phi(x)$ immer für alle Startwerte $x_0 \in [a, b]$ gegen x^*.	
3.	Die Konvergenzordnung des Sekantenverfahrens ist ungefähr 1.6.	
4.	Das Newtonverfahren ist global konvergent mit Konvergenzordnung 1 und hat lokal die Konvergenzordnung 2.	

VF-2: Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!		
1.	Das Newtonverfahren ist ein Fixpunktverfahren.	
2.	Das Bisektionsverfahren ist ein Fixpunktverfahren.	
3.	Das vereinfachte Newtonverfahren ist ein Fixpunktverfahren.	
4.	Das Sekantenverfahren ist ein Fixpunktverfahren.	

VF-3: Das skalare bzw. mehrdimensionale Nullstellenproblem $f(x) = 0$ soll iterativ gelöst werden. Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!		
1.	Bei mehrdimensionalen Problemen erfordert das Newtonverfahren in jedem Iterationsschritt das Lösen eines linearen Gleichungssystems.	
2.	Während beim Newtonverfahren in jedem Schritt ein neues lineares Gleichungssystem gelöst werden muss, ändert sich beim vereinfachten Newtonverfahren nur die rechte Seite $-f(x_k)$.	
3.	Das vereinfachte Newtonverfahren trägt seinen Namen, weil es stets ohne die Lösung eines linearen Gleichungssystems auskommt.	
4.	Beim Newtonverfahren ist x_{k+1} die Nullstelle der quadratischen Näherung an die Funktion f im Punkt x_k.	

VF-4: Es sei $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ zweimal stetig differenzierbar in einer Umgebung U von x^* und es gelte $f(x^*) = 0$. Wir betrachten das Newtonverfahren zur Bestimmung von x^*:

$$x_0 \in U, \qquad x_{k+1} = x_k - \left(f'(x_k)\right)^{-1} f(x_k) \quad \text{für } k \geq 0.$$

Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!

1.	Das Newtonverfahren ist immer lokal quadratisch konvergent.	
2.	Das Newtonverfahren ist nur lokal quadratisch konvergent, falls man die Berechnung von $\left(f'(x_k)\right)^{-1}$ vermeidet.	
3.	Wenn $f'(x)$ für alle $x \in U$ regulär ist und das Newtonverfahren konvergiert, dann gilt für genügend große k's : $\lvert\lvert x_k - x^*\rvert\rvert \approx \lvert\lvert x_k - x_{k+1}\rvert\rvert$.	
4.	Die Konvergenzgeschwindigkeit des Newtonverfahrens kann durch Verwendung orthogonaler Transformationen zur Lösung des auftretenden Gleichungssystems beschleunigt werden.	