Numerische Mathematik I für Ingenieure SS12
Verständnisfragen – Hausübung 11

VF-1: Sei $F : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$, mit $m > n$. Wir betrachten das (nichtlineare) Ausgleichsproblem $\min_{x\in\mathbb{R}^n} \|F(x)\|_2$. Wir nehmen an, dass $\text{Rang}\,(F'(x)) = n$ für alle x. Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!

1.	Die Gauß-Newton Methode ist immer lokal quadratisch konvergent.	
2.	Falls die Gauß-Newton Methode konvergiert, ist die Konvergenz im allgemeinen quadratisch.	
3.	Falls die Gauß-Newton Methode konvergiert, ist die Konvergenz im allgemeinen nicht schneller als linear.	
4.	Die Gauß-Newton Methode ist immer konvergent in einer hinreichend kleinen Umgebung eines Minimums.	

VF-2: Sei $F : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ hinreichend oft differenzierbar mit $m > n$ und $x^* \in \mathbb{R}^n$ so, dass $\|F(x^*)\|_2 = \min\limits_{x\in\mathbb{R}^n} \|F(x)\|_2$. Sei $\phi(x) := \frac{1}{2}F(x)^T F(x)$. Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!

1.	$\phi(x^*) = \min\limits_{x\in\mathbb{R}^n} \|F(x)\|_2$.	
2.	$\phi(x^*) = \min\limits_{x\in\mathbb{R}^n} \phi(x)$.	
3.	$\nabla\phi(x^*) = 0$.	
4.	Die Aufgabe $\min\limits_{x\in\mathbb{R}^n} \phi(x)$ ist einfacher zu lösen als die Aufgabe $\min\limits_{x\in\mathbb{R}^n} \|F(x)\|_2$.	

VF-3: Sei $F : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ mit $m > n$. Wir betrachten das (nichtlineare) Ausgleichsproblem $\min\limits_{x\in\mathbb{R}^n} \|F(x)\|_2$. Wir nehmen an, dass Rang $F'(x) = n$ für alle x. Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!

1.	Ein Gauß-Newton-Verfahren kann mit einer Dämpfungsstrategie kombiniert werden.	
2.	Lokale Maxima oder Sattelpunkte der Funktion $x \mapsto \|F(x)\|_2^2$ sind für das Gauß-Newton-Verfahren immer abstoßend.	
3.	Lokale Konvergenz des Gauß-Newton-Verfahren in einer Umgebung eines (lokalen) Minimums x^* ist gesichert, falls $\|F(x^*)\|_2$ hinreichend klein ist und alle Komponenten von $F''(x)$ beschränkt sind.	
4.	Falls die Gauß-Newton-Methode konvergiert, ist die Konvergenzordnung der Methode im Allgemeinen genau 1.	