Numerische Mathematik I für Ingenieure SS12
Verständnisfragen – Übung 12

VF-1: Es sei $F : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ mit $m > n$. Wir betrachten das (nichtlineare) Ausgleichsproblem $\min_{x\in\mathbb{R}^n} \|F(x)\|_2$. Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!		
1.	Das Gauß-Newton-Verfahren ist lokal quadratisch konvergent.	
2.	Das Levenberg-Marquardt-Verfahren ist lokal quadratisch konvergent.	
3.	Beim Levenberg-Marquardt-Verfahren sind die Normalgleichungen für das linearisierte Ausgleichsproblem in jedem Iterationsschritt stets eindeutig lösbar.	
4.	Beim Gauß-Newton-Verfahren sind die Normalgleichungen für das linearisierte Ausgleichsproblem in jedem Iterationsschritt stets eindeutig lösbar.	

VF-2: Es seien $x_0, \ldots, x_n$ paarweise verschiedene Stützstellen und $f \in C^\infty(\mathbb{R})$. Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!		
1.	Der Wert $[x_0, x_1, \ldots, x_n]f$ hängt nicht von der Reihenfolge der Stützstellen ab.	
2.	Für die Newton-Basispolynome (Knotenpolynome) ω_j gilt: $[x_0, \ldots x_k]\omega_j = \delta_{jk}$ für $j, k = 0, \ldots, n$.	
3.	Der Rechenaufwand zur Berechnung der Koeffizienten in den Newtonschen Interpolationsformeln mit dem Schema der dividierten Differenzen beträgt $\frac{1}{2}n^2$ Divisionen und n^2 Subtraktionen.	
4.	Für numerische Berechnungen ist die Darstellung des Polynoms in der monomialen Basis stets geeignet.	

VF-3: Es sei $P(f \mid x_0, \ldots, x_n)$ das Lagrange–Interpolationspolynom zu den Daten $(x_0, f(x_0)), \ldots, (x_n, f(x_n))$ mit $x_0 < \ldots < x_n$. Es sei δ_n der führende Koeffizient dieses Polynoms und $[x_0, \ldots, x_n]\, f$ die dividierte Differenz der Ordnung n von f.		
1.	Es gilt: $\delta_n = [x_0, \ldots, x_n]\, f$.	
2.	Es gilt: $P(f \mid x_0, \ldots, x_n)^{(n)}(x) = n!\, \delta_n$ für alle $x \in \mathbb{R}$.	
3.	$[x_0, x_1]\, f = f(x_1) - f(x_0)$.	
4.	Mit $f(x) := 2x^4$ gilt $[x_0, \ldots, x_n]\, f = 2$ für alle $n \geq 4$.	