

Numerische Mathematik I für Ingenieure SS12

Übungsaufgabe zur Singulärwertzerlegung

Gegeben sei das Ausgleichsproblem

$$\min_{x \in \mathbb{R}^3} \left\| \frac{1}{9} \begin{pmatrix} -8 & 10 & 14 \\ 2 & 2 & 1 \\ -6 & -6 & -3 \\ -16 & 2 & 10 \end{pmatrix} x - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\|$$

und von der auftretenden Matrix die Singulärwertzerlegung $A = U\Sigma V^T$ mit

$$U = \frac{1}{3\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 3 & 2 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -4 \\ 0 & -3 & -3 & 0 \\ 3 & -2 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad \Sigma = \begin{pmatrix} 2\sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad V^T = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie sämtliche Lösungen des Ausgleichsproblems mit Hilfe der gegebenen Singulärwertzerlegung.