

Numerische Mathematik I für Ingenieure SS13

Verständnisfragen – Hausübung 2

VF-1: Es seien x_{MIN} bzw. x_{MAX} die kleinste bzw. größte (strikt) positive Zahl sowie eps die relative Maschinengenauigkeit in der Menge $\mathbb{M}(b, m, r, R)$ der Maschinenzahlen gemäß Vorlesung/Buch und $\mathbb{D} := [-x_{\text{MAX}}, -x_{\text{MIN}}] \cup [x_{\text{MIN}}, x_{\text{MAX}}]$. Ferner beschreibe $\text{fl} : \mathbb{D} \rightarrow \mathbb{M}(b, m, r, R)$ die Standardrundung. Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!

1.	In $\mathbb{M}(10, 3, -8, 8)$ gilt $\left \frac{\text{fl}(x) - x}{x} \right = (1 + \varepsilon)x$ mit $ \varepsilon \leq 10^{-3} \forall x \in \mathbb{D}$.	falsch
2.	In $\mathbb{M}(10, 4, -8, 8)$ gilt $\text{eps} = 5 \cdot 10^{-4}$.	wahr
3.	In $\mathbb{M}(10, 3, -8, 8)$ gilt $x_{\text{MIN}} = 10^{-8}$.	falsch
4.	In $\mathbb{M}(10, 4, -8, 8)$ gilt $x_{\text{MAX}} = 99990000$.	wahr

VF-2: Es seien x_{MIN} bzw. x_{MAX} die kleinste bzw. größte (strikt) positive Zahl sowie eps die relative Maschinengenauigkeit in der Menge $\mathbb{M}(b, m, r, R)$ der Maschinenzahlen gemäß Vorlesung/Buch und $\mathbb{D} := [-x_{\text{MAX}}, -x_{\text{MIN}}] \cup [x_{\text{MIN}}, x_{\text{MAX}}]$. Ferner beschreibe $\text{fl} : \mathbb{D} \rightarrow \mathbb{M}(b, m, r, R)$ die Standardrundung. Alle Zahlenangaben sind im 10er-System. Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!

1.	In $\mathbb{M}(7, 3, -10, 10)$ gilt $\left \frac{\text{fl}(x) - x}{x} \right \leq \frac{1}{98} \forall x \in \mathbb{D}$.	wahr
2.	In $\mathbb{M}(100, 4, -8, 8)$ gilt $x_{\text{MIN}} = 10^{-10}$.	falsch
3.	In $\mathbb{M}(5, 8, -2, 9)$ gilt $x_{\text{MIN}} = 0.008$.	wahr
4.	In $\mathbb{M}(3, 2, -4, 3)$ gilt $x_{\text{MAX}} = 18$.	falsch

VF-3: Es seien x_{MIN} bzw. x_{MAX} die kleinste bzw. größte (strikt) positive Zahl sowie eps die relative Maschinengenauigkeit in der Menge $\mathbb{M}(b, m, r, R)$ der Maschinenzahlen gemäß Vorlesung/Buch und $\mathbb{D} := [-x_{\text{MAX}}, -x_{\text{MIN}}] \cup [x_{\text{MIN}}, x_{\text{MAX}}]$. Ferner beschreibe $\text{fl} : \mathbb{D} \rightarrow \mathbb{M}(b, m, r, R)$ die Standardrundung. Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!

1.	$ \text{fl}(x) - x \leq \text{eps}$ für alle $x \in \mathbb{D}$.	falsch
2.	$\left \frac{\text{fl}(x) - x}{x} \right \leq \text{eps}$ für alle $x \in \mathbb{D}$.	wahr
3.	Für jedes $x \in \mathbb{D}$ existiert eine Zahl ε mit $ \varepsilon \leq \text{eps}$ und $\text{fl}(x) = (1 + \varepsilon)x$.	wahr
4.	Für jedes $x \in \mathbb{D}$ existiert eine Zahl ε mit $ \varepsilon \leq \text{eps}$ und $\text{fl}(x) = x + \varepsilon$.	falsch

VF-4: Die Matrix $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ habe (in der betrachteten Matrixnorm) die Konditionszahl $\kappa(A)$. Die rechte Seite $b \in \mathbb{R}^n$ sei mit einem relativen Fehler ε behaftet. Bei der Berechnung von $x := A^{-1}b$ muss man mit einem relativen Fehler in der folgenden Größenordnung rechnen:

1.	$\ A\ \varepsilon$	falsch
2.	$\kappa(A) \varepsilon$	wahr
3.	$\kappa(A^{-1}) \varepsilon$	wahr
4.	$\ A^{-1}\ \varepsilon$	falsch