

# Numerische Mathematik I für Ingenieure SS13

## Verständnisfragen – Hausübung 3

**VF-1:** Seien  $A, B$  beliebige  $n \times n$ -Matrizen mit reellen Einträgen. Weiter sei  $\|\cdot\|$  eine Matrixnorm. Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch.

1.	$\ A + B\  \leq \ A\  + \ B\ $ .	
2.	$\ A - B\  \leq \ A\  - \ B\ $ .	
3.	$\ \lambda A + \mu B\  \leq \lambda \ A\  + \mu \ B\ $ , $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ .	
4.	$\ AB\  \leq \ A\  \ B\ $ .	

**VF-2:**

1.	Je besser die Kondition eines Problems, desto stabiler sind Algorithmen zur Lösung dieses Problems.	
2.	Bei einem stabilen Algorithmus ist der Ausgabefehler nicht viel größer als der Eingabefehler.	
3.	Die Funktion $f(x) = \ln(x)$ ist gut konditioniert für alle $x$ mit $ x - 1  \ll 1$ .	
4.	Die Funktion $f(x, y) = x e^{4y^2}$ ist gut konditioniert für alle $(x, y)$ mit $x^2 + y^2 \leq 0.1$ .	

**VF-3:**

1.	Es seien $x = \frac{1}{3}$ und $y = \frac{1}{3} + \pi 10^{-10}$ . Bei der Berechnung von $(x + y)(x - y)$ in $\mathbb{M}(10, 12, -99, 99)$ tritt Auslöschung auf.	
2.	Es seien $x = \frac{1}{3}$ und $y = \frac{1}{3} + \pi 10^{-10}$ . Bei der Berechnung von $\sin(x) - \sin(y)$ in $\mathbb{M}(10, 12, -99, 99)$ tritt Auslöschung auf.	
3.	Die Funktion $f(x, y) = x + y$ ist für alle $(x, y)$ mit $(x, y) \neq (0, 0)$ gut konditioniert.	
4.	Es seien $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ beliebig aber regulär und $\kappa(A)$ die Konditionszahl der Matrix $A$ . Dann gilt $\kappa(A^{-1}) = \kappa(A)^{-1}$ .	

**VF-4:** Gegeben sei die Matrix  $A = \begin{pmatrix} -2 & 14 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ . Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!

1.	$\ A\ _\infty = 12$	
2.	$\ A\ _1 = 20$ .	
3.	$A$ ist regulär.	
4.	Für eine beliebige rechte Seite $b \in \mathbb{R}^2$ besitzt $Ax = b$ eine eindeutige Lösung $x$ .	

**VF-5:** Gegeben seien die Matrizen  $A$  und  $\tilde{A}$  mit  $\tilde{A} \approx A = \begin{pmatrix} 123 & 0.12 \\ 1.23 & 12.3 \end{pmatrix}$ . Alle Zahlen in  $A$  sind auf drei signifikante Ziffer gerundet.  $\Delta A$  sei das größtmögliche Abweichung für  $A - \tilde{A}$ . Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!

1.	$\ \Delta A\ _1 = 0.505$	
2.	$\ \Delta A\ _\infty = 0.505$	
3.	$\ A\ _1 = 124.23$	
4.	Für den relativen Fehler von $A$ gemessen in der 1-Norm gilt $r_{A1} \approx 0.004$	