

# Numerische Mathematik I für Ingenieure SS13

## Verständnisfragen – Hausübung 10

**VF-1:** Sei  $F : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ , mit  $m > n$ . Wir betrachten das (nichtlineare) Ausgleichsproblem  $\min_{x \in \mathbb{R}^n} \|F(x)\|_2$ . Wir nehmen an, dass  $\text{Rang}(F'(x)) = n$  für alle  $x$ . Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!

1.	Die Gauß-Newton Methode ist immer lokal quadratisch konvergent.	
2.	Falls die Gauß-Newton Methode konvergiert, ist die Konvergenz im allgemeinen quadratisch.	
3.	Falls die Gauß-Newton Methode konvergiert, ist die Konvergenz im allgemeinen nicht schneller als linear.	
4.	Die Gauß-Newton Methode ist immer konvergent in einer hinreichend kleinen Umgebung eines Minimums.	

**VF-2:** Sei  $F : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$  hinreichend oft differenzierbar mit  $m > n$  und  $x^* \in \mathbb{R}^n$  so, dass  $\|F(x^*)\|_2 = \min_{x \in \mathbb{R}^n} \|F(x)\|_2$ . Sei  $\phi(x) := \frac{1}{2} F(x)^T F(x)$ . Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!

1.	$\phi(x^*) = \min_{x \in \mathbb{R}^n} \ F(x)\ _2$ .	
2.	$\phi(x^*) = \min_{x \in \mathbb{R}^n} \phi(x)$ .	
3.	$\nabla \phi(x^*) = 0$ .	
4.	Die Aufgabe $\min_{x \in \mathbb{R}^n} \phi(x)$ ist einfacher zu lösen als die Aufgabe $\min_{x \in \mathbb{R}^n} \ F(x)\ _2$ .	

**VF-3:** Sei  $F : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$  mit  $m > n$ . Wir betrachten das (nichtlineare) Ausgleichsproblem  $\min_{x \in \mathbb{R}^n} \|F(x)\|_2$ . Wir nehmen an, dass  $\text{Rang } F'(x) = n$  für alle  $x$ . Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!

1.	Ein Gauß-Newton-Verfahren kann mit einer Dämpfungsstrategie kombiniert werden.	
2.	Lokale Maxima oder Sattelpunkte der Funktion $x \mapsto \ F(x)\ _2^2$ sind für das Gauß-Newton-Verfahren immer abstoßend.	
3.	Lokale Konvergenz des Gauß-Newton-Verfahren in einer Umgebung eines (lokalen) Minimums $x^*$ ist gesichert, falls $\ F(x^*)\ _2$ hinreichend klein ist und alle Komponenten von $F''(x)$ beschränkt sind.	
4.	Falls die Gauß-Newton-Methode konvergiert, ist die Konvergenzordnung der Methode im Allgemeinen genau 1.	

**VF-4:** Sei  $F : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$  mit  $m > n$ . Wir betrachten das (nichtlineare) Ausgleichsproblem  $\min_{x \in \mathbb{R}^n} \|F(x)\|_2$ . Wir nehmen an, dass  $\text{Rang } F'(x) = n$  für alle  $x$ . Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!

1.	Finde $s^k \in \mathbb{R}^n$ so, dass $\ F'(x^k)s^k + F(x^k)\ _2 + \mu \ s^k\ _2 = \min$	
2.	Finde $s^k \in \mathbb{R}^n$ so, dass $\ F'(x^k)s^k + F(x^k)\ _2^2 + \mu^2 \ s^k\ _2^2 = \min$	
3.	Finde $s^k \in \mathbb{R}^n$ so, dass $\left\  \begin{pmatrix} F'(x^k) \\ \mu I \end{pmatrix} s^k + \begin{pmatrix} F(x^k) \\ \emptyset \end{pmatrix} \right\ _2 = \min$	
4.	Finde $s^k \in \mathbb{R}^n$ so, dass $\left\  \mu \begin{pmatrix} F'(x^k) \\ I \end{pmatrix} s^k + \begin{pmatrix} F(x^k) \\ \emptyset \end{pmatrix} \right\ _2 = \min$	