Numerische Mathematik I für Ingenieure SS14
Verständnisfragen – Übung 2

VF-1: Es sei $\mathbb{M}(b, m, r, R)$ die Menge der Maschinenzahlen mit Basis $b \in \mathbb{N}$, Mantissenlänge $m \in \mathbb{N}$, Exponent $e \in \mathbb{Z}$ mit $r \leq e \leq R$, und relativer Maschinengenauigkeit eps $:= \frac{b^{1-m}}{2}$. Ferner sei $\mathrm{fl} : \mathbb{R} \to \mathbb{M}(b, m, r, R)$ die Standardrundungsabbildung. Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch.		
1.	$\lvert \mathrm{fl}(x) - x \rvert \leq \mathrm{eps}$ für alle $x \in \mathbb{R}$.	
2.	$\left\lvert \frac{\mathrm{fl}(x)-x}{x} \right\rvert \leq \mathrm{eps}$ für alle $x \in \mathbb{R}$, $x \neq 0$.	
3.	Für jedes $x \in \mathbb{R}$ existiert eine Zahl ε mit $\lvert\varepsilon\rvert \leq \mathrm{eps}$ und $\mathrm{fl}(x) = (1 + \varepsilon)x$.	
4.	Für jedes $x \in \mathbb{R}$ existiert eine Zahl ε mit $\lvert\varepsilon\rvert \leq \mathrm{eps}$ und $\mathrm{fl}(x) = x + \varepsilon$.	

VF-2: Es seien x_{MIN} bzw. x_{MAX} die kleinste bzw. größte (strikt) positive Zahl sowie eps die relative Maschinengenauigkeit in der Menge $\mathbb{M}(b, m, r, R)$ der Maschinenzahlen gemäß Vorlesung/Buch und $\mathbb{D} := [-x_{\mathrm{MAX}}, -x_{\mathrm{MIN}}] \cup [x_{\mathrm{MIN}}, x_{\mathrm{MAX}}]$. Ferner beschreibe $\mathrm{fl} : \mathbb{D} \to \mathbb{M}(b, m, r, R)$ die Standardrundung. Alle Zahlen sind im Dezimalsystem angegeben.		
1.	In $\mathbb{M}(10, 8, -2, 4)$ gilt: $x_{\mathrm{MIN}} = 0.001$.	
2.	Für jedes $x \in \mathbb{D}$ existiert eine Zahl ϵ mit $\lvert\epsilon\rvert \leq \mathrm{eps}$ und $\mathrm{fl}(x) = x + \epsilon$.	
3.	Es gilt $\left\lvert \frac{\mathrm{fl}(x)-x}{x} \right\rvert \leq \mathrm{eps}$ für alle $x \in \mathbb{D}$.	
4.	Die Zahl 256 ist in $\mathbb{M}(2, 4, -6, 6)$ exakt darstellbar.	

VF-3: Es sei $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ mit $\det(A) \neq 0$, und $\kappa_2(A)$ bezeichne die Konditionszahl der Matrix A bezüglich der Euklidischen Norm. Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch.		
1.	$\kappa_2(A) \geq 1$.	
2.	$\kappa_2(\alpha A) = \kappa_2(A)$ für alle $\alpha \in \mathbb{R}$, $\alpha \neq 0$.	
3.	$\kappa_2(A^{-1}) = \kappa_2(A)^{-1}$.	
4.	$\kappa_2(A) = 1$ falls A orthogonal ist.	