Numerische Mathematik I für Ingenieure SS14
Verständnisfragen – Hausübung 6

VF-1: Seien $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ und $QR = A$ eine Zerlegung von A mit Q orthogonal und R eine rechte, obere Dreiecksmatrix. Weiter seien $b \in \mathbb{R}^n$ und $x \in \mathbb{R}^n$. Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!		
1.	$Ax = b \Leftrightarrow Rx = Q^T b$	
2.	$\kappa_2(A) = \kappa_2(Q^{-1})\kappa_2(R)$	
3.	Zur Lösung von $Ax = b$ über die QR-Zerlegung muss Q explizit bestimmt werden.	
4.	$\text{Rang}(A) = \text{Rang}(R)$	

VF-2: Es sei $Q \in \mathbb{R}^{n\times n}$ eine Householder-Transformation und $I \in \mathbb{R}^{n\times n}$ die Einheitsmatrix. Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!		
1.	Es existiert stets ein $v \in \mathbb{R}^n$, so dass $Q = I - \frac{vv^T}{v^Tv}$.	
2.	Es gilt stets $Q = Q^T$.	
3.	Es existiert stets ein $v \in \mathbb{R}^n$, so dass $Qy = y$ für alle $y \in \mathbb{R}^n$ mit $y^Tv = 0$.	
4.	Es existiert stets ein $v \in \mathbb{R}^n$, so dass für alle $y \in \mathbb{R}^n$ mit $y^Tv = 0$ gilt: $Qy = y$.	

VF-3: Es sei $A \in \mathbb{R}^{m\times n}$. Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!		
1.	Die Summe zweier orthogonaler $m \times m$- Matrizen ist wieder eine orthogonale Matrix.	
2.	Das Householder-Verfahren zur Berechnung einer QR-Zerlegung von A ist ohne Pivotisierung nicht stabil.	
3.	Die einzelnen Schritte des Givens-Algorithmus zur QR-Zerlegung von A lassen sich geometrisch als Drehungen interpretieren.	
4.	Eine Givens-Rotation wird durch eine symmetrische Matrix beschrieben.	