Numerische Mathematik I für Ingenieure SS13
Verständnisfragen – Hausübung 13

VF-1: Gegeben sei das Anfangswertproblem

$$y'''(t) + y'(t)^2 = t\,y(t) + e^t \quad \text{mit} \quad y(0) = 0,\ y'(0) = 3,\ y''(0) = 1.$$

Wir setzen $z(t) = (z_1(t), z_2(t), z_3(t))^T$. Gib an, welche der folgenden Anfangswertprobleme zu dem obigen Problem äquivalent sind.

1.	$z'(t) = \begin{pmatrix} z_2(t) \\ z_3(t) \\ t\,z_1(t) - z_2(t)^2 + e^t \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad z(0) = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	
2.	$z'(t) = \begin{pmatrix} z_2(t) \\ z_3(t) \\ t\,z_1(t) - z_2(t)^2 + e^t \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad z(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$	
3.	$z'(t) = \begin{pmatrix} z_2'(t) \\ z_3'(t) \\ t\,z_1(t) - z_2(t)^2 + e^t \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad z(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$	
4.	$z'(t) = \begin{pmatrix} t\,z_1(t) \\ z_2(t)^2 \\ z_3(t) + z_2(t)^2 \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad z(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$	

VF-2: Gegeben sei das Anfangswertproblem

$$\begin{aligned} y''(t) - 2z'(t) &= \cos(z(t)) \qquad && \text{mit} \quad y(0) = 0,\ y'(0) = 1 \\ z''(t) + \sin(y(t)) &= e^t && \text{mit} \quad z(0) = 0,\ z'(0) = -1 \end{aligned}$$

Wir setzen $v(t) = (v_1(t), v_2(t), v_3(t), v_4(t))^T$. Welche der folgenden Anfangswertprobleme sind zu dem obigen Problem äquivalent?

1.	$v'(t) = \begin{pmatrix} v_3(t) \\ 2v_4(t) + \cos(v_2(t)) \\ v_4(t) \\ -\sin(v_1(t)) + e^t \end{pmatrix} \text{ mit } v(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$	
2.	$v'(t) = \begin{pmatrix} v_2(t) \\ 2v_4(t) + \cos(v_3(t)) \\ v_3(t) \\ -\sin(v_1(t)) + e^t \end{pmatrix} \text{ mit } v(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$	
3.	$v'(t) = \begin{pmatrix} v_2(t) \\ 2v_4(t) + \cos(v_3(t)) \\ v_4(t) \\ -\sin(v_1(t)) + e^t \end{pmatrix} \text{ mit } v(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$	

VF-3: Welche der folgenden Aussagen sind korrekt?		
1.	Der lokale Abbruchfehler misst, wie sehr der durch das nummerische Verfahren gelieferte Wert nach *einem* Schritt von der exakten Lösung abweicht.	
2.	Das verbesserte Eulerverfahren hat die Konvergenzordnung 2.	
3.	Die Größe des lokalen Abbruchfehlers bestimmt die Konsistenzordnung.	
4.	Eine sehr hohe Konsistenzordnung kann man nur mit impliziten Verfahren realisieren.	