

Numerische Mathematik I für Ingenieure SS14

Verständnisfragen – Übung 13

VF-1: Es sei $y^{(m)}(t) = f(t, y(t), y'(t), \dots, y^{(m-1)}(t))$, $t > t_0$, eine explizit gegebene gewöhnliche Differentialgleichung m -ter Ordnung mit den Anfangsbedingungen $y^{(i)}(t_0) = y_i$, $i = 0, \dots, m-1$. Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!

1.	Falls $m = 1$ ist, dann löst $y(t)$ das Anfangswertproblem genau dann, wenn $y(t) = y_0 + \int_{t_0}^t f(s, y(s)) ds$.	
2.	Jede gewöhnliche Differentialgleichung höherer Ordnung in obiger Form kann als ein System gewöhnlicher Differentialgleichungen 1. Ordnung geschrieben werden.	
3.	Das obige Anfangswertproblem hat eine eindeutige Lösung.	
4.	Sei $z_1(t), \dots, z_m(t)$ Lösung des Anfangswertproblems $z_1'(t) = z_2(t), \dots, z_{m-1}'(t) = z_m(t)$, $z_m'(t) = f(t, z_1(t), \dots, z_{m-1}(t))$ mit $z_1(t_0) = y_0, \dots, z_m(t_0) = y_{m-1}$. Dann gilt $z_1(t) = y(t)$.	

VF-2: Gegeben sei das Anfangswertproblem

$$y'''(t) + 2y''(t) - y'(t)y^2(t) = \sin(t) \text{ mit } y(1) = 1, y'(1) = 2, y''(1) = -1.$$

Ferner sei $z(t) = (z_1(t), z_2(t), z_3(t))^T$. Welche der folgenden Anfangswertprobleme sind zu dem obigen Problem äquivalent? Beantworte alle Aussagen mit wahr oder falsch!

1.	$z'(t) = (z_2(t), z_3(t), -2z_3(t) + z_2(t)z_1^2(t) + \sin(t))^T$ mit $z(0) = (1, 2, -1)^T$.	
2.	$z'(t) = (z_2(t), z_3(t), -2z_3(t) + z_2(t)z_1^2(t) + \sin(t))^T$ mit $z(1) = (1, 2, -1)^T$.	
3.	$z'(t) = (z_1(t), z_2(t), -2z_3(t) + z_2(t)z_1^2(t) + \sin(t))^T$ mit $z(1) = (1, 2, -1)^T$.	
4.	$z'(t) = (z_2(t), z_3(t), -2z_3(t) + z_2(t)z_1^2(t) + \sin(t))^T$ mit $z(1) = (2, -1, 4)^T$.	

VF-3: Wir betrachten die Trapezmethode zur Lösung des Anfangswertproblems

$$y'(t) = f(t, y), \quad y(t_0) = y^0$$

$$y^{j+1} = y^j + \frac{h}{2} (f(t_j, y^j) + f(t_{j+1}, y^{j+1})) \quad j = 0, \dots, n-1$$

mit $h = \frac{T-t_0}{n}$. Beantworte alle Aussagen mit wahr oder falsch!

1.	Die Trapezmethode ist ein Einschrittverfahren.	
2.	Die Trapezmethode ist implizit.	
3.	Die Trapezmethode hat die Konvergenzordnung 1.	
4.	Die Trapezmethode hat die Konvergenzordnung 2.	