

Numerische Mathematik I für Ingenieure SS15

Verständnisfragen – Hausübung 3

VF-1:	
1.	Je besser die Kondition eines Problems, desto stabiler sind Algorithmen zur Lösung dieses Problems.
2.	Bei einem stabilen Algorithmus ist der Ausgabefehler nicht viel größer als der Eingabefehler.
3.	Die Funktion $f(x) = \ln(x)$ ist gut konditioniert für alle x mit $ x - 1 \ll 1$.
4.	Die Funktion $f(x, y) = x e^{4y^2}$ ist gut konditioniert für alle (x, y) mit $x^2 + y^2 \leq 0.1$.

VF-2:	
1.	Es seien $x = \frac{1}{3}$ und $y = \frac{1}{3} + \pi 10^{-10}$. Bei der Berechnung von $(x + y)(x - y)$ in $\mathbb{M}(10, 12, -99, 99)$ tritt Auslöschung auf.
2.	Es seien $x = \frac{1}{3}$ und $y = \frac{1}{3} + \pi 10^{-10}$. Bei der Berechnung von $\sin(x) - \sin(y)$ in $\mathbb{M}(10, 12, -99, 99)$ tritt Auslöschung auf.
3.	Die Funktion $f(x, y) = x + y$ ist für alle (x, y) mit $(x, y) \neq (0, 0)$ gut konditioniert.
4.	Es seien $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ beliebig aber regulär und $\kappa(A)$ die Konditionszahl der Matrix A . Dann gilt $\kappa(A^{-1}) = \kappa(A)^{-1}$.

VF-3: rechte Seite $b \in \mathbb{R}^n$. Dann gilt für das zugehörige lineare Gleichungssystem $Ax = b$:	
1.	Das Problem ist immer gut konditioniert.
2.	Bei Störung der Eingabedaten A und b wird der relative Fehler in der Lösung in Abhängigkeit vom relativen Eingabefehler maximal durch den Faktor $\kappa(A)$ verstärkt.
3.	Die Lösung des linearen Gleichungssystems kann immer mit dem Standard-Gauß-Algorithmus (ohne Spaltenpivotisierung) berechnet werden.
4.	Zeilenäquilibrierung verbessert immer die Kondition der Matrix A bezüglich der 2-Norm.

VF-4: Seien A, B beliebige $n \times n$ -Matrizen mit reellen Einträgen. Weiter sei $\ \cdot\ $ eine Matrixnorm. Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch.	
1.	$\ A + B\ \leq \ A\ + \ B\ $.
2.	$\ A - B\ \leq \ A\ - \ B\ $.
3.	$\ \lambda A + \mu B\ \leq \lambda \ A\ + \mu \ B\ $, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$.
4.	$\ AB\ \leq \ A\ \ B\ $.

VF-5: Gegeben sei die Matrix $A = \begin{pmatrix} -2 & 14 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$. Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!	
1.	$\ A\ _\infty = 12$
2.	$\ A\ _1 = 20$.
3.	A ist regulär.
4.	Für eine beliebige rechte Seite $b \in \mathbb{R}^2$ besitzt $Ax = b$ eine eindeutige Lösung x .

VF-6: Gegeben seien die Matrizen A und \tilde{A} mit $\tilde{A} \approx A = \begin{pmatrix} 123 & 0.12 \\ 1.23 & 12.3 \end{pmatrix}$. Alle Zahlen in A sind auf drei signifikante Ziffer gerundet. ΔA sei das größtmögliche Abweichung für $A - \tilde{A}$. Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!	
1.	$\ \Delta A\ _1 = 0.505$
2.	$\ \Delta A\ _\infty = 0.505$
3.	$\ A\ _1 = 124.23$
4.	Für den relativen Fehler von A gemessen in der 1-Norm gilt $r_{A1} \approx 0.004$