Numerische Mathematik I für Ingenieure SS15
Verständnisfragen - Übung 9

VF-1: Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch.		
1.	Sei $\Phi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine differenzierbare Iterationsvorschrift und x^* ein Fixpunkt, d.h. $\Phi(x^*) = x^*$. Dann gilt: $\lvert\Phi'(x^*)\rvert < 1$.	
2.	Es sei $\Phi(x)$ eine Funktion auf dem Intervall $[a, b]$, die die Voraussetzungen des Banachschen Fixpunktsatzes erfüllt. Außerdem gilt $\Phi(x^*) = x^*$ für ein $x^* \in [a, b]$ mit $x^* \neq 0$. Dann konvergiert das Newtonverfahren, angewendet auf $\Phi(x)$ immer für alle Startwerte $x_0 \in [a, b]$ gegen x^*.	
3.	Sei $\Phi(x) := e^{-x}$. Dann existiert ein eindeutiger Fixpunkt.	
4.	Das Newton-Verfahren ist global konvergent mit Konvergenzordnung 1 und hat lokal die Konvergenzordnung 2.	

VF-2: Es sei f eine (mindestens) zweimal stetig differenzierbare Funktion. Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch.		
1.	Das vereinfachte Newton-Verfahren, im skalaren Fall definiert durch $x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_0)}$, ist ein Fixpunktverfahren.	
2.	Das Bisektionsverfahren ist ein Fixpunktverfahren.	
3.	Das Newton-Verfahren ist ein Fixpunktverfahren.	
4.	Jedes iterative Verfahren kann auch als Fixpunktverfahren interpretiert werden.	

VF-3: Es sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ zweimal stetig differenzierbar in einer Umgebung U von x^* und es gelte $f(x^*) = 0$. Wir betrachten die Newton-Methode zur Bestimmung von x^*:

$$x_0 \in U, \qquad x_{k+1} = x_k - \left(f'(x_k)\right)^{-1} f(x_k) \quad \text{für } k \geq 0.$$

Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!

1.	Die Newton-Methode ist immer lokal quadratisch konvergent.	
2.	Die Newton-Methode ist nur lokal quadratisch konvergent, falls man die Berechnung von $\left(f'(x_k)\right)^{-1}$ vermeidet.	
3.	Wenn $f'(x)$ für alle $x \in U$ ungleich Null ist und das Newton-Verfahren konvergiert, dann gilt für genügend große k's : $\lvert x_k - x^*\rvert \approx \lvert x_k - x_{k+1}\rvert$.	
4.	Ob das Newton-Verfahren konvergiert, hängt im Allgemeinen auch vom Startwert ab.	