

Numerische Mathematik I für Ingenieure SS15

Verständnisfragen – Übung 10

VF-1: Beim Newton-Verfahren wird oft eine Dämpfungsstrategie benutzt. Diese dient dazu: (Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!)		
1.	die Konvergenzordnung des Verfahrens zu verbessern.	
2.	globale Konvergenz des Verfahrens zu gewährleisten.	
3.	den Einzugsbereich des Verfahrens zu vergrößern.	
4.	den Rechenaufwand pro Iteration zu dämpfen.	

VF-2: Gesucht ist ein Fixpunkt der Abbildung $\Phi(x) = e^{-x}$. Für $x_0 \in \mathbb{R}$ wird die Fixpunktiteration $x_{k+1} = \Phi(x_k)$, $k = 0, 1, 2, \dots$ definiert.		
1.	Die Aufgabe $\Phi(x) = x$ hat eine eindeutige Lösung in \mathbb{R} .	
2.	Alle Voraussetzungen des Banachschen Fixpunktsatzes sind für Φ auf dem Intervall $[\frac{1}{2}, 1]$ erfüllt.	
3.	Alle Voraussetzungen des Banachschen Fixpunktsatzes sind für Φ auf dem Intervall $[\frac{1}{4}, 1]$ erfüllt.	
4.	Die Fixpunktiteration mit der Funktion Φ konvergiert für beliebige Startwerte $x_0 \in \mathbb{R}$.	
5.	Bestimme x_0 für $x_1 = e^{-1}$.	

VF-3: Sei x^* eine Nullstelle der Funktion $f(x) = x ^{2.5} - 3$.		
1.	f hat eine eindeutige Nullstelle x^* in $[0, \infty)$.	
2.	Die Bisektionsmethode, mit Startwerten $a_0 = -1$, $b_0 = 2$, konvergiert gegen eine Nullstelle.	
3.	Sei x_0 ein Startwert aus einer hinreichend kleinen Umgebung von x^* , und x_k , $k \geq 1$, die mit dem Newton-Verfahren berechnete Folge. Es gilt $ x_k - x^* \approx (x_k - x_{k+1})^2$ für k hinreichend groß.	
4.	Das auf f angewandte Newton-Verfahren konvergiert für jeden Startwert $x_0 > 0$ gegen eine Nullstelle.	
5.	Mit welcher maximalen Konvergenzordnung konvergiert das Newton-Verfahren für den Startwert $x_0 = 3$?	