

Numerische Mathematik I für Ingenieure SS15

Verständnisfragen – Hausübung 11

VF-1: Ausgleichsproblem: Bestimme $x^* \in \mathbb{R}^n$ so, dass $\|F(x^*)\|_2 = \min_{x \in \mathbb{R}^n} \|F(x)\|_2$. Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch! Beim Levenberg-Marquardt-Verfahren wird die Korrektur s^k durch folgende Minimierungsaufgabe festgelegt ($\mu > 0$ ein zu wählender Parameter):

1.	Finde $s^k \in \mathbb{R}^n$ so, dass $\ F'(x^k)s^k + F(x^k)\ _2 + \mu\ s^k\ _2 = \min$	
2.	Finde $s^k \in \mathbb{R}^n$ so, dass $\ F'(x^k)s^k + F(x^k)\ _2^2 + \mu^2\ s^k\ _2^2 = \min$	
3.	Finde $s^k \in \mathbb{R}^n$ so, dass $\left\ \begin{pmatrix} F'(x^k) \\ \mu I \end{pmatrix} s^k + \begin{pmatrix} F(x^k) \\ \emptyset \end{pmatrix} \right\ _2 = \min$	
4.	Finde $s^k \in \mathbb{R}^n$ so, dass $\left\ \mu \begin{pmatrix} F'(x^k) \\ I \end{pmatrix} s^k + \begin{pmatrix} F(x^k) \\ \emptyset \end{pmatrix} \right\ _2 = \min$	
5.	Es seien $m = 2$, $n = 1$ und $F(x) = \begin{pmatrix} (x - \frac{1}{3})^2 \\ 6x - 2 \end{pmatrix}$. Gib x^* an.	

VF-2: Es sei $\Pi_n = \left\{ \sum_{j=0}^n a_j x^j \mid a_0, \dots, a_n \in \mathbb{R} \right\}$ der Raum der Polynome vom Grade (höchstens) n . Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!

1.	$\{1, x, x^2, \dots, x^n\}$ bildet eine Basis von Π_n .	
2.	$\{\alpha_0, \alpha_1 x, \alpha_2 x^2, \dots, \alpha_n x^n\}$ bildet für beliebige, nicht verschwindende Koeffizienten $\alpha_0, \dots, \alpha_n \in \mathbb{R}$ eine Basis von Π_n .	
3.	$\{1, x - \alpha_1, (x - \alpha_1)(x - \alpha_2), \dots, \prod_{i=1}^n (x - \alpha_i)\}$ bildet für beliebige Koeffizienten $\alpha_0, \dots, \alpha_n \in \mathbb{R}$ eine Basis von Π_n .	
4.	Der Raum Π_n hat die Dimension n .	

VF-3: Sei $P(f|x_0, \dots, x_n)$ das Lagrange-Interpolationspolynom zu den Daten $f(x_i)$, $i = 0, \dots, n$ mit den Stützstellen $x_0 < \dots < x_n$ für $n \in \mathbb{N}$. Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!

1.	Seien l_{jn} die Lagrangeschen Fundamentalpolynome. Dann gilt für das Interpolationspolynom: $P(f x_0, \dots, x_n)(x) = \sum_{j=0}^n f(x_j) l_{jn}(x)$, $x \in \mathbb{R}$.	
2.	$P(f x_0, \dots, x_n) = \sum_{j=0}^n a_j x^j$ ist immer ein Polynom vom Grad n mit $a_n \neq 0$.	
3.	Es existiert genau ein Polynom $p \in \Pi_n$ mit $p(x_i) = f(x_i)$, $i = 0, \dots, n$.	
4.	$P(f x_0, \dots, x_n)(x_i) = f(x_i)$, $i = 0, \dots, n$.	