

# Numerische Mathematik I für Ingenieure SS15

## Verständnisfragen – Hausübung 15

<b>VF-1:</b> Sei $f \in C[a, b]$ . Das Integral $I(f) := \int_a^b f(x) dx$ werde durch eine Newton-Cotes-Formel $I_m(f)$ zu Stützstellen $a \leq x_0 < \dots < x_m \leq b$ approximiert. Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!		
1.	$I_m(f) = \int_a^b P(f x_0, \dots, x_m) dx$ wobei $P(f x_0, \dots, x_m)$ das Interpolationspolynom von $f$ zu den Stützstellen $x_0 < \dots < x_m$ ist.	wahr
2.	$I_m(q) = I(q)$ für alle $q \in \Pi_m$ .	wahr
3.	Falls $f \in C^{m+1}[a, b]$ , dann gilt für den Fehler $ I(f) - I_m(f)  \leq \frac{(b-a)^{m+1}}{(m+1)!} \max_{x \in [a, b]}  f^{(m+1)}(x) $ .	falsch
4.	Bei Newton-Cotes-Formeln höherer Ordnung kann Auslöschung auftreten (instabil).	wahr

<b>VF-2:</b> Das Integral $I(f) := \int_c^d f(x) dx$ soll numerisch approximiert werden durch eine Quadraturformel $(d-c) \sum_{j=0}^m c_j f(x_j)$ , mit $c \leq x_0 < \dots < x_m \leq d$ . Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!		
1.	Newton-Cotes-Formeln basieren auf der analytischen Integration eines Interpolationspolynoms an $f$ mit äquidistanten Stützstellen $x_j$ .	wahr
2.	Bei allen Newton-Cotes-Quadraturformeln hängen die Integrationsgewichte $c_j$ nicht von der Funktion $f$ ab.	wahr
3.	Die Newton-Cotes-Formeln sind stets exakt, wenn $f$ ein Polynom vom Grade $\leq m+1$ ist.	falsch
4.	Die Gewichte $c_j$ sind bei Newton-Cotes-Quadraturformeln immer alle positiv.	falsch

<b>VF-3:</b> Sei $f \in C[a, b]$ . Das Integral $I(f) := \int_a^b f(x) dx$ werde durch eine Gauss-Formel $\tilde{I}_m(f) := \sum_{i=0}^m \omega_i f(x_i)$ approximiert. Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!		
1.	Die Stützstellen sind äquidistant verteilt.	falsch
2.	$\tilde{I}_m(q) = I(q)$ für alle $q \in \Pi_{2m+1}$ .	wahr
3.	Die Gewichte $\omega_i$ sind alle positiv.	wahr
4.	Falls $f \in C^{2m+2}[a, b]$ , dann gibt es ein $c_m$ , so dass für den Fehler gilt: $ I(f) - \tilde{I}_m(f)  \leq c_m \max_{x \in [a, b]}  f^{(2m+2)}(x) $ .	wahr