

Numerische Mathematik I für Ingenieure SS16

Verständnisfragen – Hausübung 5

VF-1: Sei $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $L \in \mathbb{R}^{n \times n}$ eine normierte untere Dreiecksmatrix, $D \in \mathbb{R}^{n \times n}$ eine Diagonalmatrix mit Diagonaleinträgen $d_{i,i} > 0$, $i = 1, \dots, n$.

1.	Falls eine Zerlegung $A = LDL^T$ existiert, dann ist A symmetrisch positiv definit.	
2.	Für jede invertierbare Matrix A existiert eine Zerlegung $A = LDL^T$.	
3.	Für jede symmetrische Matrix A existiert eine Zerlegung $A = LDL^T$.	
4.	Die Matrix LDL^T ist invertierbar.	
5.	Der Rechenaufwand für die LDL^T -Zerlegung beträgt etwa $a n^p$ Operationen (Operationen gem. Vorlesung). Gib a an.	

VF-2: Sei $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ symmetrisch positiv definit, $L \in \mathbb{R}^{n \times n}$ eine normierte untere Dreiecksmatrix und $D \in \mathbb{R}^{n \times n}$ eine Diagonalmatrix.

1.	Das Cholesky-Verfahren zur Bestimmung der Cholesky-Zerlegung $A = LDL^T$ ist nur dann stabil, wenn man Pivotisierung benutzt.	
2.	Der Aufwand des Cholesky-Verfahrens zur Bestimmung der Cholesky-Zerlegung $A = LDL^T$ ist ca. $\frac{1}{3}n^3$ Operationen.	
3.	Es sei $A = LDL^T$. Dann gilt $\det A = \prod_{i=1}^n d_{i,i}$, wobei $d_{i,i}$ die Diagonaleinträge der Matrix D sind.	
4.	Es gilt $\kappa_2(A) = \kappa_2(D)$, wobei $\kappa_2(\cdot)$ die Konditionszahl bezüglich der euklidischen Norm ist.	
5.	Der Rechenaufwand für die LDL^T -Zerlegung beträgt etwa $a n^p$ Operationen (Operationen gem. Vorlesung). Gib p an.	

VF-3: Es seien $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ eine positiv definite Matrix und $A = LDL^T$ die Cholesky-Zerlegung von A .

1.	Es gilt: $\det(A) > 0$.	
2.	Es gilt: $\det(A) = \det(D)$.	
3.	Der Rechenaufwand des Cholesky-Verfahrens zur Bestimmung der Cholesky-Zerlegung ist etwa $\frac{1}{2}n^2$ Operationen.	
4.	Das Cholesky-Verfahren zur Bestimmung der Cholesky-Zerlegung ist nur dann stabil, wenn man Pivotisierung benutzt.	
5.	Bei gegebener Zerlegung $A = LDL^T$ beträgt der Rechenaufwand für die Lösung von $Ax = b$ etwa $a n^p$ Operationen (Operationen gem. Vorlesung). Gib p an.	
6.	Bei gegebener Zerlegung $A = LDL^T$ beträgt der Rechenaufwand für die Lösung von $Ax = b$ etwa $a n^p$ Operationen (Operationen gem. Vorlesung). Gib a an.	