Numerische Mathematik I für Ingenieure SS16
Verständnisfragen – Hausübung 5

VF-1: Sei $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $L \in \mathbb{R}^{n\times n}$ eine normierte untere Dreiecksmatrix, $D \in \mathbb{R}^{n\times n}$ eine Diagonalmatrix mit Diagonaleinträgen $d_{i,i} > 0$, $i = 1, \ldots, n$.

1.	Falls eine Zerlegung $A = LDL^T$ existiert, dann ist A symmetrisch positiv definit.	wahr
2.	Für jede invertierbare Matrix A existiert eine Zerlegung $A = LDL^T$.	falsch
3.	Für jede symmetrische Matrix A existiert eine Zerlegung $A = LDL^T$.	falsch
4.	Die Matrix LDL^T ist invertierbar.	wahr
5.	Der Rechenaufwand für die $L\,D\,L^T$-Zerlegung beträgt etwa $a\,n^p$ Operationen (Operationen gem. Vorlesung). Gib a an.	**0.16667**

VF-2: Sei $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ symmetrisch positiv definit, $L \in \mathbb{R}^{n\times n}$ eine normierte untere Dreiecksmatrix und $D \in \mathbb{R}^{n\times n}$ eine Diagonalmatrix.

1.	Das Cholesky-Verfahren zur Bestimmung der Cholesky-Zerlegung $A = LDL^T$ ist nur dann stabil, wenn man Pivotisierung benutzt.	falsch
2.	Der Aufwand des Cholesky-Verfahrens zur Bestimmung der Cholesky-Zerlegung $A = LDL^T$ ist ca. $\frac{1}{3}n^3$ Operationen.	falsch
3.	Es sei $A = LDL^T$. Dann gilt $\det A = \prod_{i=1}^{n} d_{i,i}$, wobei $d_{i,i}$ die Diagonaleinträge der Matrix D sind.	wahr
4.	Es gilt $\kappa_2(A) = \kappa_2(D)$, wobei $\kappa_2(.)$ die Konditionszahl bezüglich der euklidischen Norm ist.	falsch
5.	Der Rechenaufwand für die $L\,D\,L^T$-Zerlegung beträgt etwa $a\,n^p$ Operationen (Operationen gem. Vorlesung). Gib p an.	**3**

VF-3: Es seien $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ eine positiv definite Matrix und $A = L\,D\,L^T$ die Cholesky-Zerlegung von A.

1.	Es gilt: $\det(A) > 0$.	wahr
2.	Es gilt: $\det(A) = \det(D)$.	wahr
3.	Der Rechenaufwand des Cholesky-Verfahrens zur Bestimmung der Cholesky-Zerlegung ist etwa $\frac{1}{2}n^2$ Operationen.	falsch
4.	Das Cholesky-Verfahren zur Bestimmung der Cholesky-Zerlegung ist nur dann stabil, wenn man Pivotisierung benutzt.	falsch
5.	Bei gegebener Zerlegung $A = L\,D\,L^T$ beträgt der Rechenaufwand für die Lösung von $A\,x = b$ etwa $a\,n^p$ Operationen (Operationen gem. Vorlesung). Gib p an.	**2**
6.	Bei gegebener Zerlegung $A = L\,D\,L^T$ beträgt der Rechenaufwand für die Lösung von $A\,x = b$ etwa $a\,n^p$ Operationen (Operationen gem. Vorlesung). Gib a an.	**1**