

# Numerische Mathematik I für Ingenieure SS16

## Verständnisfragen – Hausübung 6

<b>VF-1:</b> Seien $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ und $QR = A$ eine Zerlegung von $A$ mit $Q$ orthogonal und $R$ eine rechte, obere Dreiecksmatrix. Weiter seien $b \in \mathbb{R}^n$ und $x \in \mathbb{R}^n$ . Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!	
1.	$Ax = b \Leftrightarrow Rx = Q^T b$
2.	$\kappa_2(A) = \kappa_2(Q^{-1})\kappa_2(R)$
3.	Zur Lösung von $Ax = b$ über die QR-Zerlegung muss $Q$ explizit bestimmt werden.
4.	$\text{Rang}(A) = \text{Rang}(R)$
5.	Gib das kleinste $\beta$ an, für das die Ungleichung $\ Qx\ _2 \leq \beta \ x\ _2$ allgemein gültig ist.

<b>VF-2:</b> Es sei $Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$ eine Householder-Transformation und $I \in \mathbb{R}^{n \times n}$ die Einheitsmatrix. Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch bzw. gib den numerischen Wert an!	
1.	Es existiert stets ein $v \in \mathbb{R}^n$ , so dass $Q = I - \frac{vv^T}{v^T v}$ .
2.	Es gilt stets $Q = Q^T$ .
3.	Es existiert stets ein $v \in \mathbb{R}^n$ , so dass $Qy = y$ für alle $y \in \mathbb{R}^n$ mit $y^T v = 0$ .
4.	Es existiert stets ein $v \in \mathbb{R}^n$ , so dass für alle $y \in \mathbb{R}^n$ mit $y^T v = 0$ gilt: $Qy = y$ .
5.	Es sei $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ . Um $A$ mit Householdertransformationen in eine obere Dreiecksmatrix $R$ zu überführen benötigt man etwa $\alpha n^p$ Operationen (gemäß Vorlesung). Gib $p$ an.

<b>VF-3:</b> Es sei $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ . Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!	
1.	Die Summe zweier orthogonaler $m \times m$ - Matrizen ist wieder eine orthogonale Matrix.
2.	Das Householder-Verfahren zur Berechnung einer QR-Zerlegung von $A$ ist ohne Pivotisierung nicht stabil.
3.	Die einzelnen Schritte des Givens-Algorithmus zur QR-Zerlegung von $A$ lassen sich geometrisch als Drehungen interpretieren.
4.	Eine Givens-Rotation wird durch eine symmetrische Matrix beschrieben.
5.	Es sei $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ . Um $A$ mit Givens-Rotationen in eine obere Dreiecksmatrix $R$ zu überführen benötigt man etwa $\alpha n^p$ Operationen (gemäß Vorlesung). Gib $p$ an.
6.	Es sei $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ . Um $A$ mit Givens-Rotationen in eine obere Dreiecksmatrix $R$ zu überführen benötigt man etwa $\alpha n^p$ Operationen (gemäß Vorlesung). Gib $\alpha$ an.