

Hausaufgabe Numerische Mathematik I für Ingenieure SS16

Verständnisfragen – Klausurmusteraufgaben SS16

Noch einmal zur Erinnerung: Bewertungsschema der Klausur SS16:

Jeder der 6 Verständnisfragenblöcke besteht aus 10 Verständnisfragen. Werden alle 10 Fragen in einem Verständnisfragenblock richtig beantwortet, so gibt es dafür 5 Punkte. Für 9 richtige Antworten gibt es 4 Punkte; für 8 richtige 3, für 7 richtige 2 und für 6 richtige Antworten gibt es einen Punkt. Werden weniger als 6 Fragen in einem Verständnisfragenblock richtig beantwortet, so gibt es für diesen Block 0 Punkte. Beantworten Sie alle Fragen mit wahr oder falsch bzw. geben Sie das Ergebnis numerisch als Dezimalzahl mit mindestens 5 signifikanten Ziffern an.

<p>VF-1: Es seien x_{MIN} bzw. x_{MAX} die kleinste bzw. größte (strikt) positive Zahl sowie eps die relative Maschinengenauigkeit in der Menge $\mathbb{M}(b, m, r, R)$ der Maschinenzahlen gemäß Vorlesung/Buch und $\mathbb{D} := [-x_{\text{MAX}}, -x_{\text{MIN}}] \cup [x_{\text{MIN}}, x_{\text{MAX}}]$. Ferner beschreibe $fl : \mathbb{D} \rightarrow \mathbb{M}(b, m, r, R)$ die Standardrundung. Alle Zahlen sind im Dezimalsystem angegeben.</p>	
1.	In $\mathbb{M}(2, 4, -4, 3)$ gilt $x_{\text{MAX}} = \frac{15}{2}$.
2.	Die Zahl 0.375 ist in $\mathbb{M}(2, 2, -1, 2)$ exakt darstellbar.
3.	Für alle $x \in \mathbb{D}$ gilt $\frac{ fl(x) - x }{ x } \leq \text{eps}$.
4.	In $\mathbb{M}(10, 8, -100, 100)$ gilt $\text{eps} = 5 \cdot 10^{-8}$.
5.	Berechnen Sie x_{MIN} für die Menge $\mathbb{M}(3, 2, -1, 3)$.
6.	Ist ein Problem gut konditioniert, so sind Algorithmen zu seiner Lösung stets stabil.
7.	Bei einem stabilen Algorithmus ist der relative Ausgabefehler von der selben Größenordnung wie der relative Eingabefehler.
8.	Die relative Kondition der Funktion $f(x, y) = x/y$ ist gut für alle $x, y \in \mathbb{R}$ mit $y \neq 0$.
9.	Die relative Konditionszahl der Funktion $f(x) = e^{-x}$ für $x \in \mathbb{R}$ ist gegeben durch $\kappa_{rel}(x) = x$.
10.	Es sei $f(x) := \sqrt{x}$. Berechnen Sie $\kappa_{rel}(0.8)$ für diese Funktion.

<p>VF-2: Es seien x_{MIN} bzw. x_{MAX} die kleinste bzw. größte (strikt) positive Zahl sowie eps die relative Maschinengenauigkeit in der Menge $\mathbb{M}(b, m, r, R)$ der Maschinenzahlen gemäß Vorlesung/Buch und $\mathbb{D} := [-x_{\text{MAX}}, -x_{\text{MIN}}] \cup [x_{\text{MIN}}, x_{\text{MAX}}]$. Ferner beschreibe $fl : \mathbb{D} \rightarrow \mathbb{M}(b, m, r, R)$ die Standardrundung. Alle Zahlen sind im Dezimalsystem angegeben.</p>	
1.	Es gilt $ fl(x) - x \leq \text{eps}$ für alle $x \in \mathbb{D}$.
2.	In $\mathbb{M}(10, 6, -5, 3)$ gilt: $x_{\text{MAX}} = 999$.
3.	Die Zahl 16.5 ist in $\mathbb{M}(2, 8, -8, 8)$ exakt darstellbar.
4.	fl ist stetig auf \mathbb{R} .
5.	Geben Sie x_{MIN} von $\mathbb{M}(4, 6, -2, 8)$ an.
6.	Die Addition zweier Zahlen ist stets gut konditioniert.
7.	Die Konditionszahl einer Funktion gibt an, wie stark sich der Eingabefehler durch Verwendung von Gleitpunktarithmetik bei Auswertung der Funktion verstärkt.
8.	Bei einem stabilen Lösungsverfahren ist der relative Ausgabefehler nie größer als der relative Eingabefehler.
9.	Die Division zweier von Null verschiedener Zahlen ist stets gut konditioniert.
10.	Geben Sie die relative Konditionszahl κ_{rel} von $f(x, y) = x e^{8y^2}$ an der Stelle $(x, y) = (5, -10)$ an.