Numerische Mathematik I für Ingenieure SS16
Verständnisfragen – Klausurmusteraufgabe SS16

VF-1: Sei $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ beliebig. Beantworten Sie alle Fragen mit wahr oder falsch bzw. geben Sie das Ergebnis numerisch als Dezimalzahl mit mindestens 5 signifikanten Ziffern an. Sei $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ beliebig.

1.	Eine Zerlegung $A = LDL^T$, mit eine normierte untere Dreiecksmatrix L und eine Diagonalmatrix D exisitiert nur für symmetrisch positiv definite Matrizen A.	
2.	Die Kondition der Matrix A bezüglich der 1-Norm wird durch der Zeilenäquilibrierung verbessert.	
3.	Seien $Q_1, Q_2 \in \mathbb{R}^{n\times n}$ zwei orthogonale Matrizen. Dann sind auch die Matrizen Q_1Q_2, $Q_1^TQ_2$, $Q_1Q_2^T$ und $Q_1^TQ_2^T$ orthogonal.	
4.	Eine Givens-Rotations-Matrix ist stets orthogonal und symmetrisch.	
5.	Sei $A = LDL^T$ die Cholesky-Zerlegung von A, mit $L = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2.5 & 1 \end{pmatrix}$ und $D = \begin{pmatrix} 1.5 & 0 \\ 0 & 4.5 \end{pmatrix}$. Berechne $\det(A)$.	
6.	Es existiert immer eine QR-Zerlegung $A = QR$, wobei $Q \in \mathbb{R}^{n\times n}$ o rthogonal und $R \in \mathbb{R}^{n\times n}$ obere Dreiecksmatrix ist.	
7.	Ohne Pivotisierung ist das Cholesky-Verfahren zur Bestimmung einer Cholesky-Zerlegung nicht stabil.	
8.	Sei $A = QR$ eine QR-Zerlegung von A. Dann gilt stets $\det(A) = \det(R)$.	
9.	Sei A regulär. Mit der Hilfe der LR-Zerlegung von A kann man A^{-1} effektiv bestimmen.	
10.	Es sei $A = QR$ eine QR-Zerlegung von A, wobei $Q = \begin{pmatrix} 0.8 & 0.6 \\ 0.6 & -0.8 \end{pmatrix}$ und $R = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 4.5 \end{pmatrix}$. Berechne $\kappa_2(A)$.	