

Numerische Mathematik I für Ingenieure SS16

Verständnisfragen – Klausurmusteraufgabe SS16

| VF-1: Cholesky- und QR -Zerlegung | | |
|--|---|-----------|
| 1. | Es sei $A = LDL^T$ die Cholesky-Zerlegung einer symmetrisch positiv definiten Matrix A . Dann ist $\det(A) > 0$. | wahr |
| 2. | Es sei A eine symmetrisch positiv definite $n \times n$ -Matrix. Dann existieren stets eine normierte untere Dreiecksmatrix L und eine Diagonalmatrix D , so dass $A = LDL^T$ gilt. | wahr |
| 3. | Der Rechenaufwand zur Bestimmung der Cholesky-Zerlegung einer symmetrisch positiv definiten $n \times n$ -Matrix über das Cholesky-Verfahren beträgt etwa $\frac{1}{6} n^3$ Operationen (gem. Vorlesung). | wahr |
| 4. | Das Cholesky-Verfahren zur Bestimmung der Cholesky-Zerlegung einer symmetrisch positiv definiten Matrix ist nur dann stabil, wenn man Pivotisierung benutzt. | falsch |
| 5. | Es seien $v \in \mathbb{R}^m$ mit $v \neq 0$ und $Q_v = I - 2\frac{vv^T}{v^T v}$ eine Householder-Transformation. Geben Sie $\det(Q_v)$ an. | -1 |
| 6. | Es sei $A = QR$ eine QR -Zerlegung einer Matrix $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$. Dann gilt: $\det(A) = \det(R)$. | falsch |
| 7. | Für jede Matrix $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ existiert eine orthogonale Matrix $Q \in \mathbb{R}^{m \times m}$ und eine obere Dreiecksmatrix $R \in \mathbb{R}^{m \times n}$ so dass $A = QR$ gilt. | wahr |
| 8. | Für jede orthogonale Matrix Q gilt $Q^{-1} = Q$. | falsch |
| 9. | Für jede orthogonale Matrix Q gilt $\kappa_2(Q) = 1$, wobei $\kappa_2(Q)$ die Konditionszahl der Matrix Q bezüglich der 2-Norm ist. | wahr |
| 10. | Es seien $v \in \mathbb{R}^m$ mit $v \neq 0$ und $Q_v = I - 2\frac{vv^T}{v^T v}$ eine Householder-Transformation. Weiter sei $y = Q_v \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$. Geben Sie $\ y\ _2^2$ an. | 26 |