

Numerische Mathematik I für Ingenieure SS17

Verständnisfragen – Übung 5

VF-1: Mit $A, L, D \in \mathbb{R}^{n \times n}$ sei L eine normierte linke untere Dreiecksmatrix und D eine Diagonalmatrix. Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!

1.	Ist A regulär, so existiert stets eine LDL^T -Zerlegung mit $A = LDL^T$.	
2.	Ist A positiv definit und symmetrisch, so existiert stets eine LDL^T -Zerlegung mit $A = LDL^T$, wobei alle Diagonalelemente von D positiv sind.	
3.	Nur für positiv definite Matrizen A kann man mit dem Cholesky-Algorithmus eine Zerlegung $A = LDL^T$ finden.	
4.	Ist A regulär und symmetrisch, so existiert stets eine LDL^T -Zerlegung, so dass $A = LDL^T$ gilt.	
5.	Ist A symmetrisch positiv definit, so existiert stets eine normierte untere Dreiecksmatrix L und eine obere Dreiecksmatrix R , so dass $A = LR$.	

VF-2: Es seien $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ eine allgemeine, reguläre Matrix und $x, b \in \mathbb{R}^n$ mit $Ax = b$. Weiter sei $R \in \mathbb{R}^{n \times n}$ eine reguläre, obere Dreiecksmatrix und $S \in \mathbb{R}^{n \times n}$ eine symmetrische, positiv-definite Matrix. Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!

1.	Die Lösung von $Rx = b$ benötigt $\frac{n^3}{3} + \mathcal{O}(n^2)$ Ops	
2.	Die Lösung von $Ax = b$ per Gaußelimination benötigt $n^3 + \mathcal{O}(n^2)$ Ops	
3.	Die Lösung von $Sx = b$ per Choleskyzerlegung benötigt $\frac{n^3}{3} + \mathcal{O}(n^2)$ Ops	
4.	Die Skalierung von A benötigt $\mathcal{O}(n^2)$ Ops	
5.	Die Lösung von $Ax = b$ per Gaußelimination benötigt $\frac{n^3}{3} + \mathcal{O}(n^2)$ Ops.	

VF-3: Es seien $A, B \in \mathbb{R}^{n \times n}$ orthogonale (quadratische) Matrizen, d.h. $A^T A = I$ und $B^T B = I$, wobei I die Einheitsmatrix ist. Weiter bezeichne $\|\cdot\|_2$ die Euklidische Vektor- / Matrixnorm und κ_2 die zugehörige Konditionszahl. Welche der folgenden Aussagen sind immer korrekt?

1.	A^T ist orthogonal	
2.	$A A^T = I$	
3.	A ist nicht symmetrisch	
4.	A ist symmetrisch	
5.	AB ist eine orthogonale Matrix	
6.	$A + B$ ist eine orthogonale Matrix	
7.	Die Spalten von A sind paarweise orthogonal	
8.	Die Zeilen von A sind paarweise orthogonal	
9.	Alle Zeilen und Spalten von A haben die Euklidische Länge 1	
10.	$\ Ax\ _2 = \ x\ _2 \quad \forall x \in \mathbb{R}^n$	
11.	$\kappa_2(A) = 1$	