

Numerische Mathematik I für Ingenieure SS17

Verständnisfragen – Hausübung 12

VF-1: Es sei $n \in \mathbb{N}$ und $P(f x_0, \dots, x_n)$ das Lagrange-Interpolationspolynom vom Grad n , das die Funktion $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ in den Stützstellen $a \leq x_0 < \dots < x_n \leq b$ interpoliert.	
1.	Das Polynom $P(f x_0, \dots, x_n)$ ist eindeutig.
2.	Das Verfahren von Neville-Aitken ist eine effiziente Methode zur Bestimmung des eines Interpolationswertes $P(f x_0, \dots, x_n)(\bar{x})$.
3.	Es gilt: $P(f x_0, \dots, x_n)(x) = \delta_0 + \sum_{i=1}^n \delta_i \prod_{j=0}^{i-1} (x - x_j)$ für alle $x \in \mathbb{R}$.
4.	Es sei $f(x) = x e^{x^2}$. Berechne $[-1, 0, 1] f$.
5.	Es sei wieder $f(x) = x e^{x^2}$. Berechne $P(f -1, 0, 1)(0.5)$.

VF-2:	
1.	Es seien $f \in C^{(n+1)}[a, b]$ beliebig, $[c, d] \subset [a, b]$ und $c = x_0 < \dots < x_n = d$. Der Interpolationsfehler wird kleiner, wenn die Stützstellen gemäß $h = d - c$ zusammenrücken.
2.	Es gilt $P(f x_0, \dots, x_n)^{(n)}(x) = n! [x_0, \dots, x_n] f$.
3.	Es sei f genügend oft stetig differenzierbar. Dann gilt: $f'(x) = \frac{f(x+h)-f(x)}{h} + \mathcal{O}(h^2)$.
4.	Es sei f genügend oft stetig differenzierbar. Dann gilt: $f'(x) = \frac{f(x+\frac{1}{2}h)-f(x-\frac{1}{2}h)}{h} - \frac{h^p}{N} f^{(3)}(\xi)$. Gip p an.
5.	Es sei f genügend oft stetig differenzierbar. Dann gilt: $f'(x) = \frac{f(x+\frac{1}{2}h)-f(x-\frac{1}{2}h)}{h} - \frac{h^p}{N} f^{(3)}(\xi)$. Gip N an.